

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию М. А. Раскина
«сверхслова, меры на них и их полупрямые произведения»,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.06 –
математическая логика, алгебра и теория чисел

Предметом изучения в данной диссертационной работе являются сверхслова и меры на них. Сверхслова над конечным алфавитом возникают в разных областях математики: комбинаторике слов, теории клеточных автоматов, теории алгоритмов и логике. В работе рассматриваются три задачи о сверхсловах и мерах на них. Эти задачи представляют большой интерес для указанных выше областей и имеют широкий круг приложений.

В первой главе диссертации получены нижние оценки регуляторов почти периодических последовательностей. Почти периодические последовательности обобщают понятие периодических последовательностей. Их свойства изучались в связи с приложениями к различным задачам логики и символической динамики на протяжении последних 100 лет. Одной из основных характеристик почти периодического слова является регулятор. Регулятор задает верхнюю оценку на расстояния между соседними вхождениями слова в почти периодическое сверхслово в зависимости от длины слова.

В работах Ан. А. Мучника, А. Л. Семёнова, М. В. Ушакова и Ю. Л. Притыкина изучалось поведение почти периодических сверхслов при автоматных преобразованиях. Оказалось, что автоматные преобразования сохраняют почти периодичность. Были также получены верхние оценки на регулятор образа. Эти оценки задавались функциями очень быстрого роста и оставалось неясным, насколько они точны.

В данной работе показано, что полученные ранее верхние оценки невозможно существенно улучшить. Для этой цели построены примеры почти периодических сверхслов с регулятором произвольного роста, прямое произведение которых с периодическим словом периода n , имеет регулятор, рост которого хаарактеризуется $\Theta(n)$ композициями регулятора исходного слова.

Во второй главе рассматривается вопрос о вычислимости полупрямого произведения вычислимых мер на сверхсловах. Такие полупрямые произведения мер возникают естественным образом в вопросах, связанных с колмогоровской сложностью и теоретико-информационными оценками энтропий нескольких совместно распределенных случайных величин. При этом часто требуются полупрямые произведения, согласованные с отношением покоординатного порядка на сверхсловах. Часть результатов, полученных в таких приложениях, опиралась на предположение о существовании вычислимого полупрямого произведения вычислимых мер, согласованного с отношением порядка. Оставался открытым вопрос о необходимости такого условия.

В работе построены примеры вычислимых мер, для которых есть полупрямое произведение, согласованное с отношением покоординатного порядка, но нет вычислимого полупрямого произведения с таким свойством.

В третьей главе рассматриваются отношения на мерах на двусторонних словах. Необходимость сравнения мер возникает при изучении вероятностных клеточных автоматов. Фактически речь идет об изучении устойчивости к ошибкам работы детерминированных автоматов (вероятностное поведение автомата описывается простыми правилами появления ошибки — односторонней или двусторонней). При этом желательно иметь как можно более сильные отношения сравнения мер.

В работе исследуется предложенное А. Л. Тоомом отношение на мерах. Оно позволяет сравнивать существенно больше пар мер, чем естественное продолжение на меры покоординатного порядка на сверхсловах.

Несмотря на простоту и естественность определения отношение Тоома с трудом поддается анализу. В частности, его транзитивность оставалась открытым вопросом в течение нескольких лет.

В работе доказана транзитивность этого отношения. Этот результат является важным шагом в развитии теории клеточных автоматов и скорее всего будет иметь многочисленные приложения в анализе свойства эргодичности клеточных автоматов.

Технически доказательство транзитивности отношения Тоома является самой трудной частью работы.

Характеризуя работу в целом, следует отметить, что работа выполнена на высоком уровне строгости. Отмечу также внимание автора к истории рассматриваемых вопросов, обоснованию актуальности возникающих при этом задач и обоснованности используемых определений.

Работа не лишена некоторых недостатков. Текст в основном написан весьма тщательно, однако есть места, где желательна большая ясность изложения. Так в определении 0.6 на с. 11 говорится о конечных множествах, хотя затем определение применяется к мерам на сверхсловах. В формулировке фольклорной теоремы 0.4, наоборот, конечность множеств не упоминается. Но тогда применение теоремы Форда–Фалкерсона в доказательстве этой теоремы (см. с. 41) желательно было бы снабдить комментарием о применимости этой теоремы к бесконечным сетям. Определение 3.3 оператора очистки дается для мер, но заканчивается не слишком понятным указанием на то, как использовать это определение к частично определенным функциям на словах. По-видимому, имелись в виду условия, при которых лемма 3.3 применима не только к мерам. Непонятным выглядит слово «Доказательство» в начале раздела 3.7.1, озаглавленного «Общий план доказательства».

Отмеченные недостатки не являются принципиальными и не снижают ценности работы, которая является существенным вкладом в развитие теории сверхслов и мер на сверхсловах. Её результаты могут использоваться в исследованиях, проводимых в таких организациях как ВЦ РАН, МГУ, МИ РАН, ИМ СО РАН и др.

Работа удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присвоения искомой степени.

Официальный оппонент,
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Вычислительного центра им. А.А. Дородницына
Российской академии наук
М. Н. Вялый



119333, Москва, Вавилова, 40,
тел. +7 (499) 135 62 38,
email: vyalyi@gmail.com



Подпись руки тов. Вялого М.Н.
ЗАВЕРАЮ
Заведующий ВЦ РАН Бинас
30 сентября 2014 г.