

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по науке  
ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет  
им. первого Президента России Б.Н.Ельцина»  
В.В. КРУЖАЕВ

«11» сентября 2014 г.

### ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации А. А. Сорокина  
«Об отношении совместимости в исчислении Ламбека  
и в его варианте с операциями замещения»,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Описание свойств, выразительных возможностей и приложений различных формальных исчислений составляет ядро современной математической логики. При этом особый интерес представляют формальные логические системы, описывающие различные проблемы информатики. Такие системы активно изучаются в последние десятилетия, им посвящено большое количество международных конференций, таких как, например, престижная серия “Logic in Computer Science”. Одним из видов указанных систем являются логические исчисления для описания синтаксиса и семантики естественных и искусственных языков. К таким исчислениям относится, в частности, исчисление Ламбека, которому посвящена диссертация А. А. Сорокина. Это исчисление было введено в 1958 году в работе Ламбека по математической лингвистике для описания структуры предложений естественных языков и представляло собой альтернативу появившейся чуть раньше модели Хомского, основанной на понятии формальной грамматики.

Исчисление Ламбека содержит счетное число примитивных типов, три бинарных связи (умножение, а также левое и правое деление) и шесть аксиом, которые, фактически, описывают связи как операции над термами в (некоммутативной) группе либо над формальными языками. Ключевым понятием исчисления Ламбека является совместимость типов, определяемая как наличие для типов  $A$  и  $B$  некоего “совмещающего” типа  $C$ , выводимого как из  $A$ , так и из  $B$ . В лингвистической интерпретации исчисления

Ламбека совместимость соответствует “однородности” языковых выражений, задаваемых типами  $A$  и  $B$ , т.е. возможность соединения их сочинительным союзом.

Работа А. А. Сорокина посвящена исследованию ряда проблем, связанных с отношением совместимости в классическом исчислении Ламбека и в его расширенных вариантах, включающих операцию замещения. Диссертация состоит из введения и шести глав, в первых трех из которых рассматривается классическое исчисление Ламбека, а в последних трех — отношение Ламбека с операциями замещения.

Глава 1 является вводной, в ней описывается исчисление Ламбека и его версия, допускающая вывод с пустой посылкой, а также модель данного исчисления, использующая формальные языки, т.е. подмножества свободной полугруппы или свободного моноида. В главах 2 и 3 изучается проблема длины кратчайшего совмещающего типа для типов исчисления Ламбека. Основным результатом второй главы является теорема о том, что длина кратчайшего совмещающего типа ограничена квадратичным множителем от длин совмещаемых типов; доказательство является конструктивным, т.е. содержит алгоритм построения совмещающего типа, удовлетворяющего приведенной оценке. Основным результатом третьей главы является нижняя оценка на длину совмещающего типа, которая также оказывается квадратичной (хотя и с константой, в 4 раза меньшей, чем входящая в верхнюю оценку). Доказательство нижней оценки также конструктивно: приведена бесконечная серия пар совместимых типов, для которых не существует совмещающего типа длины меньшей, чем приведенная оценка. В совокупности два данных результата представляют собой весомый вклад в теорию исчисления Ламбека.

Глава 4 снова является вводной и описывает исчисление Ламбека с замещениями — расширение исчисления Ламбека, изучаемое во второй части диссертации. Необходимость введения расширенного исчисления диктуется исходной лингвистической целью: классическое исчисление Ламбека описывает в точности контекстно-свободные языки, класс, слишком узкий для описания синтаксиса естественных языков. Исправить этот недостаток и призвано исчисление с замещениями, аналогичное некоторым грамматическим моделям, используемым для расширения класса контекстно-свободных языков. Расширенное исчисление сложнее классического, и для него алгоритм проверки совместимости типов совершенно не очевиден. Критерий совместимости типов в расширенном исчислении (как в варианте с ограниченным числом замещений, так и в варианте без ограничений) изложен в главе 5: типы совместимы тогда и только тогда, когда их интерпретации в свободной абелевой группе совпадают. Таким образом, в частности, совместимость в данном исчислении алгоритмически разрешима. В заключительной главе 6 рассматривается естественный вопрос о свойствах класса языков, описываемых расширенным исчислением, а именно, замкнутость этого класса относительно пересечения с регулярными языками (это одно из свойств, входящих в определение абстрактного семейства языков). Используя стандартную конструкцию, применяемую для доказательства аналогичного результата о контекстно-свободных языках, но в существенно более сложной ситуации, автор показывает, что данное свойство замкнутости выполняется. В целом, два основных результата второй части диссертации являются важным вкладом как в теорию исчисления Ламбека, так и в теорию “мягких” контекстно-зависимых языков.

Результатам, полученным диссертантом, можно дать самую высокую оценку. Сделан значимый вклад в современное направление математической логики. Доказательства изложены ясно и гарантируют достоверность результатов. Также необходимо отметить в целом грамотную организацию текста работы и хороший уровень математической культуры изложения. Текст работы написан грамотным русским языком с минимальным количеством пунктуационных ошибок, что является весьма редким достоинством

современных диссертаций. Приводимые ниже замечания относятся к погрешностям изложения и не затрагивают математической сути проведенного диссертантом исследования.

Общее замечание касается организации текста. Из изложенного выше в данном отзыве уже ясно, что диссертация, фактически, состоит из двух больших частей, каждая из которых содержит два основных результата. Поэтому две большие главы для данной диссертации выглядят более уместно, чем шесть маленьких. В частности, вторая вводная глава посередине диссертации смотрится по меньшей мере странно.

Другие замечания:

- Во введении на с.5-6 сказано, что категориальные грамматики, основанные на исчислении Ламбека, активно используются для описания и синтаксического разбора естественных языков. Это утверждение, безусловно, следовало бы подтвердить ссылками.
- Теорема 9 на с.56 копирует теорему 7 на с.52. Вероятно, это результат небрежности при редактировании текста. Также сама формулировка этой теоремы, включающая фразу “исчисления  $L^*$  (исчисления  $L$ )” стилистически неудачна, поскольку такое использование скобок обычно предполагает, что для “параллельных” объектов в скобках выполняются “параллельные” утверждения.

Количество опечаток в работе находится на приемлемом уровне, поэтому мы не будем выносить их в замечания.

Отмеченные недостатки изложения не влияют на общее благоприятное впечатление от диссертации А. А. Сорокина и ее положительную оценку. Основные результаты диссертации прошли более чем достаточную апробацию, в том числе на международных конференциях, и опубликованы в изданиях из перечня ВАК. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации могут быть использованы в дальнейших исследованиях, проводимых в Математическом институте РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института РАН, Институте проблем передачи информации РАН, Институте математики Сибирского отделения РАН, Московском, Санкт-Петербургском, Новосибирском, Тверском государственных университетах, Уральском федеральном университете и в других научных центрах, где изучаются современные аспекты математической логики, теории формальных языков и математической лингвистики, а также для обучения студентов старших курсов математических и компьютерных специальностей.

Считаем, что работа «Об отношении совместимости в исчислении Ламбека и в его варианте с операциями замещения» удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор А. А. Сорокин безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв рассмотрен на заседании кафедры алгебры и дискретной математики УрФУ 3 сентября 2014 года, протокол №1.

Заведующий кафедрой алгебры и дискретной математики  
доктор физ.-мат. наук, профессор  
М. В. Волков (mikhail.volkov@urfu.ru)

Профессор кафедры алгебры и дискретной математики  
доктор физ.-мат. наук, профессор  
А. М. Шур (arseny.shur@urfu.ru)