

"УТВЕРЖДАЮ"

И.о. декана Механико-математического
факультета ФГБОУ ВПО
«МГУ имени М.В.Ломоносова»
доктор физико-математических наук, профессор

_____ В.Н.Чубариков

«___» _____ 2014 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**кафедры высшей алгебры
Механико-математического факультета
ФГБОУ ВПО «Московский государственный
университет имени М.В.Ломоносова»
по диссертации Ройзнера Михаила Александровича
«Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и групп
автоморфизмов абелевых r -групп»
на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел**

Диссертация Ройзнера Михаила Александровича «Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов абелевых r -групп» выполнена на кафедре высшей алгебры механико-математического факультета ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

В период подготовки кандидатской диссертации соискатель Ройзнер Михаил Александрович работал разработчиком в ООО «Яндекс» на 0,5 ставки.

В 2010 г. **окончил с отличием** ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет» **по специальности «Математика»**, в 2013 г. окончил очную аспирантуру по кафедре высшей алгебры механико-математического факультета ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова».

Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2013 году ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова».

Научные руководители — Бунина Елена Игоревна (доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей алгебры механико-математического факультета ФГБОУ ВПО МГУ им. М.В. Ломоносова) и Михалев Александр Васильевич (доктор физико-математических наук, профессор кафедры Высшей алгебры механико-математического факультета ФГБОУ ВПО МГУ им. М.В. Ломоносова).

ПРИСУТСТВОВАЛИ: заведующий кафедрой, д.ф.-м.н., профессор В. Н. Латышев, д.ф.-м.н., профессор И. В. Аржанцев, д.ф.-м.н., профессор В. А. Артамонов, д.ф.-м.н., профессор Е. И. Бунина, д.ф.-м.н., профессор Э. Б. Винберг, д.ф.-м.н., профессор А. Э. Гутерман, д.ф.-м.н., профессор А. В. Михалев, д.ф.-м.н., профессор Ю. Г. Прохоров, к.ф.-м.н., доцент А. И. Зобнин, к.ф.-м.н., доцент А.А. Клячко, к.ф.-м.н., доцент Д. А. Тимашев, к.ф.-м.н. С. А. Гайфуллин.

ПОВЕСТКА ДНЯ: Обсуждение диссертационной работы выпускника аспирантуры кафедры высшей алгебры математического факультета ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» **Ройзнера Михаила Александровича «Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов абелевых r -групп»**, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

СЛУШАЛИ: доклад диссертанта Ройзнера Михаила Александровича.

Представленная работа является исследованием в областях теории абелевых групп и теории моделей. Цели её – доказать аналоги теоремы Бэра-Капланского об изоморфизмах колец эндоморфизмов абелевых r -групп и теорем Лептина и Либерта об изоморфизмах групп автоморфизмов абелевых r -групп на случай элементарной эквивалентности.

Диссертация состоит из введения, шести глав и списка цитируемой литературы.

Во введении описывается структура диссертации и история рассматриваемых вопросов; обосновывается актуальность темы и научная новизна полученных результатов; описываются основные результаты диссертации.

В первой главе вводятся определения и известные теоремы из теории абелевых групп и теории моделей, необходимые в данной работе.

Во второй главе доказывается одна из импликаций доказываемого критерия элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов. Также в этой главе вводятся вспомогательные понятия для работы с кольцами эндоморфизмов и группами автоморфизмов, требуемые для доказательства обратной импликации. Все абелевы r -группы разделяются на три подкласса: ограниченные r -группы, прямые суммы ограниченных групп и делимых групп и группы с неограниченной базисной подгруппой.

В третьей главе разбирается случай ограниченных групп. Строится интерпретации логики второго порядка абелевой r -группы в языке первого порядка её группы автоморфизмов.

В четвертой главе рассматриваются прямые суммы ограниченных групп и делимых групп. Доказательство теоремы для этого случая во многом повторяет предыдущее, однако некоторые отличия требуют отдельного разбора.

В пятой главе разбирается последний случай – случай групп с неограниченной базисной подгруппой. Рассматриваются два типа групп: редуцированные и группы с ненулевыми делимыми частями. Для этих двух случаев критерий элементарной эквивалентности формулируется по-разному.

Шестая глава подводит итог всей работе и объединяет все результаты для всех случаев. В ней формулируется критерий элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов.

В качестве рецензента выступил кандидат физико-математических наук, доцент А.А. Клячко. Он отметил актуальность решённых задач и оригинальность предложенных методов и подходов.

В дискуссии приняли участие д.ф.-м.н., проф. В.Н. Латышев, д.ф.-м.н., проф. А.В. Михалёв.

Профессор В.Н. Латышев попросил докладчика привести примеры элементарно эквивалентных абелевых групп, не эквивалентных в логике второго порядка. Диссертант привёл примеры из диссертации. Профессор В.Н. Латышев поддержал рекомендацию о представлении диссертации к защите.

Профессор А.В. Михалёв отметил, что техника применения пар инволюций и экстремальных инволюций для выражения прямых слагаемых абелевых групп, введённая М.А. Ройзнером, является новым и продуктивным средством для интерпретации теории второго порядка абелевых p -групп и открывает новые возможности для дальнейшего исследования критериев элементарной эквивалентности производных структур. Проф. Михалёв подчеркнул, что диссертация удовлетворяет требованиям ВАК.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

Диссертация Ройзнера Михаила Александровича «Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов абелевых p -групп» является самостоятельно выполненной, законченной научно-исследовательской работой, посвящённой решению актуальных задач в области теории абелевых групп, занимающейся исследованием связи эквивалентности в логике второго порядка с элементарной эквивалентностью производных структур.

В диссертации получены следующие основные результаты. Все они являются новыми.

Усилен результат Е.И. Буниной и А.В. Михалева об элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов абелевых p -групп в виде полного критерия элементарной эквивалентности.

Получена интерпретация логики второго порядка абелевой p -группы ($p > 2$) в группе ее автоморфизмов. Разработаны методы кодирования элементов абелевой группы в группе ее автоморфизмов.

Получен критерий элементарной эквивалентности групп автоморфизмов редуцированных абелевых p -групп ($p > 2$).

Получен критерий элементарной эквивалентности групп автоморфизмов абелевых p -групп ($p > 2$) с ненулевой делимой частью.

В работе используются классические методы теории абелевых групп, теории автоморфизмов и эндоморфизмов периодических абелевых групп, теории моделей и математической логики.

Также разработаны новые методы выражения свойств второго порядка абелевых p -групп через свойства первого порядка их групп автоморфизмов (для $p > 2$) и колец эндоморфизмов.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

Апробация диссертации:

Результаты диссертации неоднократно докладывались на следующих семинарах механико-математического факультета МГУ:

1) Научно-исследовательский семинар по алгебре под руководством проф. А.В.Михалева, проф. В.Н. Латышева в 2012-2013 гг;

2) Научный семинар по алгебре и теории моделей под руководством проф. Е.И.Буниной в 2007-2013 гг.

Результаты диссертации докладывались на всероссийских и международных конференциях:

- 1) Школа-семинар “Синтаксис и семантика логических систем”, посвящённая памяти профессора Ю.Е. Шишмарёва (Владивосток, 25–29 августа, 2008 г.);
- 2) Международная алгебраическая конференция на Украине (Харьков, Украина, 18–23 августа 2009 г.);
- 3) XVII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных “Ломоносов” (Москва, 12–15 апреля 2010 г.);
- 4) Международный алгебраический симпозиум, посвящённый 80-летию кафедры высшей алгебры механико-математического факультета МГУ и 70-летию профессора А. В. Михалёва (Москва, 15–18 ноября 2010 г.);
- 5) Международная конференция “Logic Colloquium 2010” (Париж, Франция, 25–31 июля 2010 г.);
- 6) 9-ая международная летняя школа “Пограничные вопросы теории моделей и универсальной алгебры” (Эрлагол, 22–27 июня 2011 г.).

Тема диссертации входит в координационный план РАН. Регистрационный номер 01 2010 54270 «алгебраические системы: группы, кольца, универсальные алгебры; компьютерная алгебра, теория кодирования, линейная алгебра и ее приложения», шифр 1.1.3.3 «общая теория групп».

Утверждение темы диссертации состоялось 31 мая 2013 г., протокол №4.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах автора:

- Бунина Е.И., Ройзнер М.А., «Элементарная эквивалентность групп автоморфизмов абелевых групп». Фундаментальная и прикладная математика,

2009, 15, вып. 7, 81-112. М.А. Ройзнеру принадлежат основные результаты работы. Е.И. Буниной принадлежит введение и общая редакция работы.

- Ройзнер М.А., «Элементарная эквивалентность групп автоморфизмов редуцированных абелевых r -групп». Вестник МГУ. Серия математика, механика. 2013, 3, 29-34.
- Ройзнер М.А., «Критерий элементарной эквивалентности групп автоморфизмов редуцированных абелевых r -групп». Фундаментальная и прикладная математика, 2011/2012, 17, вып. 5, 157-163.
- Ройзнер М.А., «Критерий элементарной эквивалентности групп автоморфизмов абелевых нередуцированных r -групп». Фундаментальная и прикладная математика, 2013, 18, вып. 1, 159-170.
- Бунина Е.И., Михалёв А.В., Ройзнер М.А., «Критерий элементарной эквивалентности групп автоморфизмов и колец эндоморфизмов абелевых r -групп». Доклады академии наук, 2014, т. 457, №1, 11-12. М.А. Ройзнеру принадлежат основные результаты работы. Е.И. Буниной принадлежит введение. А.В. Михалёву принадлежит общая редакция работы.

Диссертация к защите представляется впервые.

Диссертация «Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов абелевых r -групп» Ройзнера Михаила Александровича рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел для защиты на диссертационном совете Д.501.001.84 при МГУ имени М.В.Ломоносова.

Заключение принято на заседании кафедры высшей алгебры Механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Присутствовали на заседании 12 чел. Результаты голосования: «за» — 12 чел., «против» — нет, «воздержалось» — нет, протокол № 1017 от 28 октября 2013 года.

Заведующий кафедрой высшей алгебры
д.ф.-м.н., профессор _____ /
В.Н. Латышев /

Ученый секретарь кафедры высшей алгебры
к.ф.м.н., доцент _____ / С.А.
Гайфуллин /

