

## ОТЗЫВ

на диссертацию М.А. Ройзнера  
«Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и  
групп автоморфизмов абелевых  $p$ -групп»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.06.

Диссертационная работа М.А. Ройзнера посвящена вопросам связи свойств абелевых  $p$ -групп, записанных на языке второго порядка, с элементарными свойствами групп автоморфизмов и колец эндоморфизмов этих групп. Известно, что периодическая абелева группа определяется своим кольцом эндоморфизмов (теорема Бэра-Капланского). Аналогичный результат доказан для групп автоморфизмов абелевых  $p$ -групп,  $p \geq 3$  (Лептин, Либерт). Вопросы о связи элементарных свойств моделей с элементарными свойствами производных моделей рассматривались в работах А.И. Мальцева, К.И. Бейдара, А.В. Михалева, Е.И. Буниной, В. Толстых и др. В частности, А.В. Михалевым и Е.И. Буниной были получены некоторые необходимые и некоторые достаточные условия элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов абелевых групп, записанные на языке теорий второго порядка самих групп.

В данной работе развиты методы для выражения свойств второго порядка абелевых  $p$ -групп с помощью свойств первого порядка групп автоморфизмов и колец эндоморфизмов этих групп. Результаты Бэра-Капланского, Лептина и Либерта перенесены на случай элементарной эквивалентности групп автоморфизмов и колец эндоморфизмов абелевых  $p$ -групп. Получен критерий элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов (или групп автоморфизмов) абелевых  $p$ -групп в терминах эквивалентности второго порядка самих групп.

Диссертация состоит из шести глав.

В первой главе вводится понятийный аппарат из теории абелевых групп и теории моделей, а также приводятся известные результаты, необходимые в дальнейшем.

Во второй главе доказывается достаточное условие элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов (или групп автоморфизмов) абелевых  $p$ -групп (теоремы 32, 33), содержащееся в основном результате работы (теорема 41).

В третьей главе рассматривается подкласс класса абелевых  $p$ -групп - класс ограниченных  $p$ -групп, которые, как известно, раскладываются в прямую сумму циклических групп. Приводится необходимое условие элементарной эквивалентности групп автоморфизмов бесконечных абелевых  $p$ -групп, ограниченных числом  $p^k$ , а именно, доказано, что из элементарной эквивалентности групп автоморфизмов бесконечных абелевых  $p$ -групп, ограниченных числом  $p^k$ , следует эквивалентность этих групп в языке второго порядка  $L_2$  (предложение 3.1).

В четвертой главе рассматривается надкласс класса ограниченных  $p$ -групп - класс абелевых  $p$ -групп, редуцированные части которых являются ограниченными  $p$ -группами. Для таких групп получен результат, аналогичный результату третьей главы (предложение 4.2).

Пятая глава посвящена классу абелевых  $p$ -групп, редуцированная часть которых имеет неограниченную базисную подгруппу. Теоремы 38-40 дают необходимое условие элементарной эквивалентности групп автоморфизмов групп из рассматриваемого класса.

В последней шестой главе формулируется критерий элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов (или групп автоморфизмов) абелевых  $p$ -групп в терминах эквивалентности второго порядка самих групп (теорема 41), что является основным результатом работы.

Имеется ряд замечаний.

1. При формулировке многих понятий и утверждений только из контекста понятно, что речь идет о  $p$ -группах. Это же относится к трактовке формул 8, 10 на стр.38, 39.
2. Формулу 3 на стр. 37 необходимо подкорректировать. Циклическая группа, например, не удовлетворяет этой формуле.
3. В определении элементарной формулы языка второго порядка на стр. 28 пропущен пункт о формулах вида равенства термов.
4. Встречается упоминание о подформулах вида  $\forall x$  (стр. 34), не являющихся формулами, а потому и подформулами.
5. Многие формулы написаны с потерей скобок (например, формула 6 на стр. 38, формула на стр. 33 и др.).

## **Выводы.**

Приведенные замечания не снижают общего высокого уровня работы. Диссертация, в целом, представляет законченное научное исследование в соответствии с поставленными целями и задачами и имеет научное значение для теоретической математики. Полученные результаты являются новыми, интересными и достаточно сложными. Основные утверждения приведены с полными и адекватными доказательствами. Автореферат полностью и адекватно отражает содержание диссертации. По актуальности, объему и научному уровню выполненных исследований диссертация полностью удовлетворяет всем требованиям Минобрнауки РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор М.А. Ройзнер заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент,  
доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры алгебры, геометрии и анализа  
Дальневосточного федерального университета  
690000, Владивосток, Суханова, 8  
тел. 8-914-655-17-43, e-mail: [stepltd@mail.ru](mailto:stepltd@mail.ru)

05.09.2014  
А.А. Степанова

Подпись профессора кафедры алгебры, геометрии и анализа ДВФУ,  
доктора физико-математических наук А.А. Степановой заверяю