

## ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертацию Ройзнера Михаила Александровича «Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов абелевых  $p$ -групп», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел**

Представленная диссертация элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов абелевых  $p$ -групп и ее связи со свойствами второго порядка самих групп.

Впервые вопросы связи элементарных свойств некоторых моделей с элементарными свойствами производных моделей были рассмотрены в 1961 г. А.И. Мальцевым в работе. Он доказал, что группы  $G_n(K)$  и  $G_m(L)$  ( $G = GL, SL, PGL, PSL$ ,  $n, m \geq 3$ ,  $K, L$  — поля характеристики 0) элементарно эквивалентны тогда и только тогда, когда  $m = n$  и поля  $K$  и  $L$  элементарно эквивалентны.

Продолжение эта теория получила в 1992 г., когда с помощью конструкции ультрапроизведения и теоремы об изоморфизме К.И. Бейдар и А.В. Михалёв в работе нашли общий подход к проблемам элементарной эквивалентности различных алгебраических структур и обобщили теорему Мальцева для случая, когда  $K$  и  $L$  являются телами и ассоциативными кольцами.

Продолжением исследований в этой области явились работы Е.И. Буниной 1998–2001 гг., в которых результаты А.И. Мальцева были распространены на унитарные линейные группы над телами и ассоциативными кольцами с инволюцией, а также на группы Шевалле над полями.

В 2000 г. В. Толстых в работе рассмотрел связь свойств второго порядка для тел и свойств первого порядка групп автоморфизмов бесконечномерных пространств над этими телами. В 2003 г. Е.И. Буниной и А.В. Михалёвым была рассмотрена связь свойств второго порядка ассоциативных колец и свойств первого порядка категорий модулей, колец эндоморфизмов, групп автоморфизмов и проективных пространств модулей бесконечного ранга над этими кольцами.

Известная теорема Бэра-Капланского утверждает, что любая периодическая абелева группа определяется своим кольцом эндоморфизмов: если две группы имеют изоморфные кольца эндоморфизмов, то и сами группы также изоморфны.

Аналогичные теоремы для групп автоморфизмов абелевых  $p$ -групп были доказаны Лептиным в 1960 г. для случая  $p > 3$  и Либертом в 1989 г. для случая  $p > 2$  (случай  $p = 2$  остаётся открытым).

В 2004 г. Е.И. Бунина и А.В. Михалёв установили связь между свойствами второго порядка абелевой  $p$ -группы и свойствами первого порядка ее кольца эндоморфизмов. Однако критерий тогда получен не был — ещё некоторые случаи, в которых необходимые и достаточные условия не совпадали между собой.

В представленной работе усилен результат, полученный Е.И. Буниной и А.В. Михалёвым — получен полный критерий элементарной эквивалентности колец эндоморфизмов абелевых  $p$ -групп ( $p > 2$ ). Также представлена интерпретация логики второго порядка абелевой  $p$ -группы в группе её автоморфизмов, и тем самым доказан критерий элементарной эквивалентности групп автоморфизмов абелевых  $p$ -групп ( $p > 2$ ). Наконец, с помощью этих двух критериев показано, что для абелевых  $p$ -групп ( $p > 2$ ) элементарные теории их колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов взаимно интерпретируемы.

Итак, в данной диссертации получен ряд важных результатов по абелевым группам и по элементарной эквивалентности производных структур. Работа вносит существенный вклад в развитие этих областей, представляет собой законченное математическое исследо-

вание и выполнена на высоком математическом уровне. В диссертации используются методы теории моделей и методы линейной алгебры, а также комбинаторики. Автореферат диссертации правильно отражает её содержание. Результаты диссертации являются новыми, содержат полные доказательства и своевременно опубликованы. Результаты диссертации докладывались на различных научных конференциях и семинарах. Они могут использоваться в дальнейших исследованиях в ведущих алгебраических центрах в России и за рубежом.

На основании изложенного выше я считаю, что диссертационная работа М.А. Ройзнера «Элементарная эквивалентность колец эндоморфизмов и групп автоморфизмов абелевых  $r$ -групп» удовлетворяет всем требованиям п.9 «Положения о порядке присуждения учёных степеней» российского ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент, д.ф.-м.н.,  
профессор кафедры высшей математики  
Российского экономического университета  
им. Г.В.Плеханова

А.А.Туганбаев

03.09.2014

**Контактная информация:**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»

Адрес: 117997 Российская Федерация, г. Москва, Стремянный пер., д. 36, ауд. 404.

E-mail: kafedra\_vm@mail.ru

Телефон: (499) 237 05 30