

ОТЗЫВ

научных руководителей на диссертационную работу Аткарской Агаты Сергеевны «Изоморфизмы линейных групп над ассоциативными кольцами», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Актуальность темы диссертации. В диссертации А.С. Аткарской рассматриваются вопросы, относящиеся к теории изоморфизмов линейных групп над ассоциативными кольцами, включая кольца с градуировкой. В работе рассматриваются классические полные линейные группы, полные линейные группы над ассоциативными градуированными кольцами, стабильные линейные группы и стабильные унитарные группы. Описывается действие изоморфизма между данными группами на соответствующих элементарных подгруппах.

Автоморфизмы и изоморфизмы линейных групп изучаются математиками с начала XX века. История этого направления исследований насчитывает множество известных фамилий, таких как Ван-дер-Варден, Шрайер, Дьедонне, Рикарт, Хуа, Райнер, О'Мира, Помфре, Макдональд, Уотерхаус, Петечук, Макдональд, Стейнберг, Зельманов, но данную диссертацию можно рассматривать как прямое продолжение теорем, полученных в 1980-е годы И.З. Голубчиком и А.В. Михалевым.

Суть этих теорем состоит в том, что изоморфизм двух линейных (унитарных линейных) групп над ассоциативными кольцами (возможно, с некоторыми дополнительными условиями) представляется на элементарной подгруппе в виде суммы двух отображений, одно из которых получается из изоморфизмов прямых слагаемых соответствующих матричных колец, а другое – из анти-изоморфизмов дополнительных слагаемых этих же колец. На данный момент такие теоремы наиболее полно описывают изоморфизмы между линейными группами над ассоциативными кольцами без дополнительных свойств (например, без коммутативности).

В диссертации А.С. Аткарской подобные теоремы доказываются для новых классов групп или колец: для общих линейных групп над градуированными кольцами, для стабильных линейных групп и стабильных унитарных линейных групп.

Содержание диссертации. В диссертации получены результаты, описывающие изоморфизмы линейных групп (различных типов) над определенными типами ассоциативных колец. Работа состоит из введения и четырех глав.

Глава 1 имеет вспомогательный характер, в ней вводятся необходимые для работы базовые

понятия и обозначения: обозначения для используемых матричных колец, понятие системы матричных единиц, элементарной подгруппы, стабильной линейной группы и стабильной элементарной подгруппы, необходимые сведения об унитарных группах, определения стабильной унитарной группы и стабильной унитарной элементарной подгруппы. Также даны определения градуированного кольца, градуированного модуля, градуированного кольца эндоморфизмов градуированного модуля и понятие хорошей градуировки на кольце матриц.

В главе 2 дается дополненное автором доказательство теоремы И.З. Голубчика об изоморфизмах между линейными группами над ассоциативными кольцами. Это дополненное доказательство требуется для дальнейших построений и обобщений. Вторая часть главы посвящена изучению изоморфизма линейных групп над ассоциативными градуированными кольцами. Автором вводится определение изоморфизма линейной группы над градуированным кольцом, согласованного с градуировкой. Далее доказывается теорема о том, что изоморфизм двух линейных групп над ассоциативными градуированными кольцами, согласованный с градуировкой, индуцируется изоморфизмом и анти-изоморфизмом подколец соответствующих матричных колец, сохраняющими градуировку. Это является обобщением теоремы И.З. Голубчика на случай градуированных ассоциативных колец.

Глава 3 посвящена описанию изоморфизмов между стабильными линейными группами над ассоциативными кольцами, содержащими $1/2$. Основной результат этой главы продолжает описание изоморфизмов линейных групп, полученное И.З. Голубчиком и А.В. Михалевым. Доказана теорема, полностью описывающая изоморфизмы между стабильными линейными группами в этом случае. Доказательство теоремы ведется с использованием метода инволюций.

В главе 4 описывается действие изоморфизма между стабильными унитарными группами над ассоциативными кольцами, содержащими $1/2$, на стабильной элементарной подгруппе. Результат этой главы продолжает описание изоморфизма унитарных групп, полученное И.З. Голубчиком и А.В. Михалевым. Основным результатом главы является теорема об описании действия изоморфизма двух стабильных унитарных групп на их элементарных подгруппах. При доказательстве теоремы также используется метод инволюций.

Все основные результаты диссертации являются новыми и интересными и получены автором самостоятельно. При их получении автор преодолел ряд серьезных трудностей.

Полученные результаты являются существенным продвижением в области изучения линейных групп над различными классами ассоциативных колец. Разработанные методы позволяют описывать изоморфизмы не только между классическими линейными группами, но и группами в различных смыслах схожими по структуре с линейными. В диссертации используются методы классической теории колец, а также модифицированный автором метод инволюций. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в работах автора. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаем, что диссертационная работа А.С. Аткарской «Изоморфизмы линейных групп над ассоциативными кольцами» отвечает современным требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.06 – математическая

логика, алгебра и теория чисел, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук

Е.И. Бунина

доктор физико-математических наук, профессор

А.В. Михалев

Подписи Е.И. Буниной и А.В. Михалева удостоверяю

И.о. декана
механико-математического
факультета МГУ им. М.В.Ломоносова
профессор

В.Н. Чубариков

16 июня 2014 года