Отзыв официального оппонента
на диссертацию Беднова Борислава Борисовича
«Кратчайшие сети в банаховых пространствах»
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – "вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Диссертация Б.Б. Беднова посвящена вопросам геометрии банаховых пространств, связанным с понятиями кратчайшей сети, минимального заполнения, точек Штейнера. Впервые задачи теории кратчайших сетей возникли у французских математиков, среди которых Жерон, Клайперон и Ламе. Общая задача о поиске связной кратчайшей сети была поставлена Ярником и Кесслером в 1934 году, и впоследствии стала известна как проблема Штейнера. За прошедшие годы интерес к проблеме Штейнера не угас. В настоящее время теория экстремальных сетей в метрических пространствах развивается в нашей стране благодаря, в основном, А.О. Иванову, А.А. Тужилину и их ученикам.

Б.Б. Бедновым изучались два направления: поиск условий существования кратчайших сетей, минимальных заполнений, условий существования и единственности точек Штейнера, и исследование свойств n-антипроксиминальных множеств. В обоих направлениях автором получены существенные результаты, а некоторые вопросы решены полностью.

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы.

Во введении дается исторический обзор исследуемых проблем, вводятся основные понятия и приводятся основные результаты диссертационной работы.

В первой главе диссертации автор исследует вопрос существования кратчайших сетей и минимальных заполнений для n-точечных множеств. Приводится класс банаховых пространств, в которых любое конечное подмножество обладает кратчайшей сетью (теорема 1.1). Дается полное описание пространств, реализующих минимальные заполнения любых своих трехточечных подмножеств (теорема 1.2), и пространств, реализующих минимальные заполнения любых своих конечных подмножеств (теорема 1.4), в терминах свойства n.2.I.P. Приводится пример пространства, реализующего минимальное заполнение любых трехточечных множеств, но не реализующих минимальное заполнение некоторого четырехточечного множества.

Вторая глава диссертации посвящена свойствам сетей типа звезды и множеств точек Штейнера в банаховых пространствах. Автор доказывает, что банахово пространство X реализует минимальное заполнение типа звезды тогда и только тогда, когда X обладает свойством 4.2.I.P (теорема 2.1), а так же тогда и только тогда, когда для всякой тройки точек x_1, x_2, x_3 существует ровно одна точка Штейнера, сумма расстояний от которой до каждой из точек x_i равна полупериметру треугольника $x_1x_2x_3$ (теорема 2.2). В пространстве $C[Q]$ (пространство непрерывных функций на хаусдорфовом компакте Q) описаны точки Штейнера для произвольной тройки функций $f_1, f_2, f_3 \in C[Q]$ (теорема 2.3 и 2.4) и явно построена липшицева выборка из оператора, сопоставляющего каждой тройке функций множество их точек Штейнера (теорема 2.5).

В третьей главе изучаются существование и свойства n-антипроксиминальных множеств в некоторых пространствах. Доказывается, что в пространстве $\mathbf{c}_0$ множество n-антипроксиминально тогда и только тогда, когда оно просто антипроксиминально (теорема 3.1), в пространстве $\mathbf{c}$ нет выпуклых замкнутых n-антипроксиминальных множеств при $n = 3, 4, \dots$ (теорема 3.3), в пространстве $C[Q]$ с бесконечным хаусдорфовым компактом Q не существует ограниченных выпуклых замкнутых n-антипроксиминальных тел при $n = 3, 4, \dots$, а 2-антипроксиминальность выпуклого замкнутого множества эквивалента антипроксиминальности (теорема 3.2). Для пространства $L_1(E, \Sigma, \mu)$ приведены аналогичные утверждения (теорема 3.4): не существует выпуклого замкнутого n-антипроксиминального множества при $n = 3, 4, \dots$, антипроксиминальность выпуклого замкнутого множества равносильна его 2-антипроксиминальности, а если σ-алгебра Σ содержит атом, то в $\mathrm{L}L_1(E, \Sigma, \mu)$ нет ограниченных выпуклых 2-антипроксиминальных множеств.

Работа хорошо продумана и тщательно отредактирована. Во введении определены основные понятия, сформулированы и мотивированы главные задачи. Все результаты аккуратно и строго доказаны. Однако, текст диссертации содержит несколько недостатков, о которых следует упомянуть.

1. Работе не хватает иллюстраций к доказательствам основных результатов. Их наличие облегчило бы чтение работы.
2. На странице 58, 9 строка снизу, имеется неточность, вместо "отрицательные координаты"должно быть "неположительные координаты"
3. Имеются немногочисленные опечатки, никак не влияющие на результаты работы (например, стр.39, 2 строка сверху).

Указанные недостатки не влияют на достоверность результатов и не снижают научной ценности диссертационной работы. Диссертация является научно-квалифицированной работой, полученные результаты являются новыми и нетривиальными, могут применяться в теории функции и теории приближений. Автором опубликовано пять научных работ по теме диссертации, в том числе три статьи в изданиях, рекомендованных ВАК. Результаты докладывались и обсуждались на ряде Российских и международных конференций, на различных научных семинарах. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа соответствует требованиям пункта 7 положения ВАК о присуждении ученых степеней, а ее автор, Беднов Борислав Борисович, заслуживает присуждение ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – "вещественный, комплексный и функциональный анализ".

Официальный оппонент
кандидат физико-математических наук
учитель математики ГБОУ лицей №1158

/Ю.Ю. Дружинин/
24 сентября 2014 года

Подпись Ю.Ю.Дружинина заверяю
Директор ГБОУ лицей №1158

/Т.Г. Киркова/