

**«УТВЕРЖДАЮ»**

**Директор ИПМИ КарНЦ РАН,**

**проф., д. ф. н. В. В. Мазалов**

*Мазалов*  
«16» 06.09 2014 г.

## **ОТЗЫВ**

ведущей организации Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН на диссертационную работу А.А. Каменова

**«Неаддитивные задачи об оптимальной остановке для стационарных диффузий»,**  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

### **Актуальность темы диссертации**

В работе исследована задача об оптимальной остановке для функций, зависящих от максимума стационарной диффузии. Найдены уравнения, которым должна удовлетворять граница оптимальной области остановки, как для бесконечного, так и для конечного временного горизонта.

Подобные («неаддитивные») задачи изучались различными авторами. Наиболее важные результаты по данной тематике получены А.Н. Ширяевым, А.А. Новиковым, Г. Пешкиром, Л. Шеппом, а также С.Э. Граверсоном.

Отметим, что при рассмотрении такого рода задач возникает трудность, связанная с немарковостью процесса текущего максимума. Этот процесс, таким образом, приходится рассматривать в совокупности с исходным, что увеличивает размерность задачи со свободной границей (до двух в случае бесконечного временного горизонта и трёх – для конечного).

### **Основные результаты диссертации**

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Во введении приводится обзор работ по теме диссертации, а также излагаются основные результаты.

Первая глава посвящена исследованию важного частного случая – русского опциона в модели Башелье. Показано, что оптимальное правило остановки зависит от разности значения процесса и его текущего максимума – оптимально останавливаться при достижении этой разностью определенной гладкой кривой. В работе найдено интегральное уравнение, задающее указанную кривую, а также её асимптотика в случае бесконечно малого и бесконечно большого временных горизонтов.

Во второй главе изучен случай задачи об оптимальной остановке на бесконечном интервале для произвольной целевой функции, зависящей от текущего значения процесса и его абсолютного экстремума. Из общей теории оптимальной остановки следует, что

область продолжения наблюдений должна целиком принадлежать множеству  $C_0 = \{(x, s) : L_x f(x, s) \leq 0\}$ . Автором доказано, что в рассматриваемой задаче выполнен так называемый принцип максимума: оптимальной границей остановки является максимальное из решений определенного дифференциального уравнения, целиком лежащих в области  $C_0$ .

Наконец, наибольший научный интерес представляет третья глава, где рассмотрена аналогичная предыдущей главе задача для случая конечного временного горизонта. С использованием теоремы об огибающей доказана гладкость функции цены. Это позволяет решить поставленную задачу для произвольной целевой функции. Оптимальным моментом остановки является момент первого пересечения процессом некой поверхности, полученной как решение системы из двух уравнений: дифференциального и интегрального уравнения Вольтерра первого рода. Кроме того, автором доказано, что для «естественных» целевых функций принцип максимума также имеет место.

### **Замечания**

Диссертационная работа не содержит существенных недостатков. Вместе с тем, имеются следующие замечания:

1. В формулах (7)-(8) на стр. 11 неправильно расставлены скобки.
2. На стр. 21 нет определения величины  $r$ .
3. В формуле (1.13) на стр. 22 должно быть  $X$  вместо  $x$ .
4. На стр. 29 выражение под корнем в формуле (1.37) при малых  $t$  становится отрицательным.

Указанные замечания не влияют на общее положительное впечатление от работы.

### **Выводы**

Диссертация представляет собой исследование на актуальную тематику. Автором решены важные и трудные задачи теории оптимальной остановки о предсказании максимума стационарной диффузии. Использованы методы из различных областей математики.

Текст диссертации написан ясным языком, результаты являются новыми, аккуратно сформулированы, изложены с подробными доказательствами, а также прошли апробацию на ряде научных семинаров и полностью опубликованы в 3 работах, две из которых – в журналах, входящих в список ВАК РФ. Автореферат диссертации правильно и полно отражает её содержание.

Эта работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения учёных степеней» ВАК, а её автор Каменов Андрей Александрович заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Отзыв заслушан и одобрен на заседании лаборатории теории вероятностей и компьютерной статистики ИПМИ Карельского научного центра РАН 09 сентября 2014г.

Заведующий лабораторией теории  
вероятностей и компьютерной статистики  
д.ф.-м.н., профессор



Павлов Ю.Л.