

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Каменова Андрея Александровича  
«Неаддитивные задачи об оптимальной остановке для стационарных  
диффузий»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Задачи об оптимальной остановке стохастических процессов весьма интересны как с математической точки зрения, так и в плане многочисленных приложений. В последние десятилетия эта область активно исследуется во всем мире многими известными математиками, в особенности в связи с задачами интенсивно развивающейся математической теорией финансов.

Важной и интересной проблемой в этой области является исследование задач с неаддитивными функционалами, такими, например, как значение текущего максимума процесса. Эти задачи возникают при математической формализации многих современных проблем финансовой математики, и поэтому направление диссертационного исследования представляется актуальным и имеющим важное научное и прикладное значение.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы.

Во введении автор формулирует цель работы, обосновывает её научную новизну и практическую значимость и даёт обзор имеющихся на данный момент результатов по изучаемой тематике.

В первой главе рассмотрен частный случай неаддитивной задачи для так называемого «русского опциона». Доказано, что необходимо останавливаться сразу же, как только разность текущего значения и максимума достигает гладкой кривой, задаваемой как решение интегрального уравнения Вольтерра. Исследовано асимптотическое поведение указанной кривой при стремлении временного горизонта к нулю и бесконечности.

Во второй главе автором решена общая задача об оптимальной остановке для функций, зависящих от абсолютного максимума стационарной диффузии на бесконечном интервале. Найдено дифференциальное уравнение, которому должна удовлетворять граница оптимальной остановки, и показано, что имеет место «принцип максимума»: из всех решений уравнения необходимо выбрать максимальное, не пересекающее прямую, на которой текущее значение процесса совпадает с его текущим максимумом.

В третьей главе рассматривается самый сложный случай – произвольная целевая функция на конечном интервале. Доказано существование частных производных функции цены, с помощью чего удалось получить систему из обыкновенного дифференциального уравнения и интегрального уравнения Вольтерра, которой должна удовлетворять граница оптимальной области остановки. Показано также, что упомянутый принцип максимума имеет место и в этом случае при выполнении условия однократного пересечения, представляющегося достаточно естественным.

Отмечу, что теоретические рассуждения и выводы, приведенные в диссертации, выполнены корректно и математически строго.

Результаты диссертационного исследования Каменова А. А. в полной мере апробированы на международных и всероссийских конференциях, а также опубликованы в ведущих рецензируемых научных журналах. Статьи автора своевременно опубликованы и полно отражают содержание диссертации. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации.

По работе имеются следующие замечания:

- 1) на с.11 в формулах (7) и (8) неверно расставлены скобки
- 2) на с.14 появляется символ  $L$ , смысл которого объяснен только во второй главе
- 3) не вполне ясно, чем отличаются введенные на с. 26 процессы броуновского движения с одинаковым сносом и одинаковыми начальными условиями
- 4) обозначение  $s$  для значений максимума процесса (с.35), на мой взгляд, неудобное, т.к. этот символ обычно используют для времени. На этой же стр. появляются символы  $E_{xs}$ ;  $E_{xst}$ , объяснение которых дается только в главе 3
- 5) на с. 37 в формуле (2.10) в интегралах отсутствуют дифференциалы
- 6) на с.38 вместо ссылки на формулу (3.4) должна быть ссылка на формулу (2.2)
- 7) на с.53 не введен процесс  $m$
- 8) момент остановки на с. 53 не совпадает с тем, который введен на с.56
- 9) на с. 59 следовало бы объяснить, какой момент остановки имеется в виду

Отмечу, что было бы интересно провести исследование чувствительности значений и решений задач об оптимальной остановке к вариациям параметров модели, например, для моделей Башелье и Блэка-Шоулза. В диссертации такой анализ отсутствует, но это важно, если иметь в виду приложение к реальным данным. Однако, это

замечание следует воспринимать как рекомендацию к дальнейшим исследованиям.

Указанные замечания не носят существенного характера и не снижают высокий научный уровень диссертации.

Диссертация Каменова Андрея Александровича представляет собой законченную научно-квалификационную работу, в которой найдены оптимальные моменты остановки стационарной диффузии общего вида для ряда неаддитивных функционалов на конечном и бесконечном временных интервалах. Диссертация содержит важные результаты, имеющие научную новизну и практическую ценность. Диссертационная работа Каменова Андрея Александровича отличается высоким качеством. Судя по публикациям и тексту диссертации, работа выполнена автором полностью самостоятельно.

Вышеизложенное позволяет сделать вывод, что диссертационная работа по своему содержанию, результатам и оформлению соответствует требованиям пункта 8 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" ВАК РФ, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации № 74 от 30.01.02, с изменениями, утвержденными постановлением Правительства Российской Федерации № 227 от 20.04.2006, а ее автор – Каменов Андрей Александрович – достоин присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

25 августа 2014 г.

главный научный сотрудник лаборатории  
"Динамика макросистем" ИСА РАН,  
доктор физико-математических наук

Дарховский Б.С.

Подпись  
директор

удостоверено  
ИСА РАН



*Дарховский*

*Лосман*

*Порков Ю.С.*