

«УТВЕРЖДАЮ»
Зам. директора математического института РАН им. В.А. Стеклова
чл.-корр. РАН Трещёв Д.В.
15 сентября 2014 г.



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о диссертационной работе Музычки Степана Андреевича
«Линейные и нелинейные марковские системы на прямой»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

В диссертационной работе С. А. Музычки изучаются случайные многокомпонентные системы на прямой с марковской динамикой. Работа состоит из двух частей. В первой из них рассматривается система с локальным взаимодействием, являющаяся простейшей моделью длинной молекулы. Более конкретно, изучается линейная гамильтонова система большого числа дифференциальных уравнений под действием различных внешних факторов: рассмотрены случаи постоянной внешней силы, а также белого гауссовского шума. Вторая часть посвящена изучению случайной многокомпонентной системы на дискретной прямой с взаимодействием среднего поля. Задачей является установление термодинамического предела, а именно, доказывается, что с ростом числа элементов системы, каждая из ее компонент становится независимой от остальных и подчиняется определенной марковской динамике.

Теория марковских процессов с локальным взаимодействием возникла как ветвь теории вероятностей в конце 60-х годов. Первоначальным импульсом были в основном работы Ф. Спицера и Р. Л. Добрушина. В течение прошедших лет эта теория быстро росла и развивалась, находя неожиданные связи с рядом других областей науки. Первоначальным источником развития этой теории была статистическая механика. Задача состояла в описании и анализе стохастических моделей временной эволюции систем, равновесные меры которых являются классическими гиббсовскими состояниями. В частности, была надежда на то, что модели очень похожей математической структуры могут естественно возникать и в других контекстах, например сети нейронов, рост опухолей, распространение инфекций, поведенческие системы.

В настоящее время теория систем частиц с взаимодействием является активно развивающимся и весьма содержательным разделом теории вероятностей и случайных процессов, имеющим многочисленные приложения в математической физике, биологии, теорий телекоммуникаций и массового обслуживания. Поэтому актуальность темы диссертации не вызывает сомнений.

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы.

Во введении дается краткий обзор существующих результатов, которые используются в тексте работы. Далее диссертант в сжатой форме формулирует свои достижения, связанные с направлениями его исследований.

В первой главе рассматривается одномерная линейная гамильтонова система с локальным взаимодействием – цепочка гармонических осцилляторов. Сначала изучается ее поведение под действием произвольной постоянной внешней силы. Устанавливается асимптотика максимального отклонения компонент системы от положения равновесия. Актуальность рассматриваемой задачи вызвана следующим соображением: для существования распределения Гиббса в указанной модели необходима конечность соответствующей статистической суммы. Однако в случае, когда внешняя сила является растягивающей, соответствующий интеграл расходится, и статистическая сумма равна бесконечности. Стандартным выходом из этой ситуации является доказательство того, что траектория системы не выходит из определенной области фазового пространства. После чего можно рассмотреть статистическую сумму по соответствующему конечному объему, и сделать соответствующие выводы. Далее рассматривается возмущение цепочки белым гауссовским шумом. В этом случае находится асимптотика времени выхода системы из определенной области фазового пространства.

Во второй и третьей главах рассматривается случайный процесс из N частиц на дискретной прямой со взаимодействием типа среднего поля. Утверждается, что с ростом количества элементов в рассматриваемой системе каждая из компонент становится независимой от остальных. (Указанный эффект в литературе называется *propagation of chaos*). Доказано, что в термодинамическом пределе возникает нелинейный марковский процесс, т. е. такой марковский процесс, чьи переходные вероятности зависят не только от текущего положения частицы, но и от всего распределения системы в данный момент времени. Приводится несколько явно вычислимых примеров, из которых следует, что множество инвариантных мер может иметь структуру, отличную от той, которая является типичной для обычных марковских процессов. Третья глава главным образом посвящена сходимости предельного процесса к одной из неподвижных точек. Используемый автором метод одновременно позволяет убедиться в том, что соответствующая N -частичная система равномерно на всех временах аппроксимирует предельный процесс.

Диссертационная работа Музычки С. А. является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным автором на высоком научном уровне и содержит решение задач, имеющих существенное значение для теории вероятностей и теории случайных процессов.

Все результаты, выносимые автором на защиту, являются новыми и обоснованы полными строгими математическими доказательствами. Основные выводы диссертации достаточно полным образом опубликованы в ведущих математических журналах, в том числе 4 из них в журналах из перечня ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Из недостатков работы необходимо отметить, что для удобства читателей следовало бы включить краткое описание структуры диссертации отдельным параграфом во введении (в дополнение к развернутому описанию, составляющему основную часть введения), и сведения об апробации результатов. Также в списке литературы используются различные стили оформления наименований, чего следует избегать (например, в некоторых наименованиях инициалы пишутся перед фамилией, а в других после; для некоторых статей год публикации указан перед страницами в журнале, а для некоторых —

после, и т. п.),. Тем не менее, данные недостатки не влияют на главные результаты диссертации и не снижают хорошее впечатление от работы.

Диссертационная работа по своему содержанию, результатам и оформлению соответствует требованиям “Положения о порядке присуждения ученых степеней” ВАК РФ, а ее автор – Музыка Степан Андреевич – достоин присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Отзыв заслушан и утвержден на заседании Отдела теории вероятностей и математической статистики МИАН 11 сентября 2014 г.

Научный сотрудник
Отдела теории вероятностей и математической статистики
Математического института РАН им. В.А. Стеклова
кандидат физико-математических наук

Житлухин М. В.



Заведующий
Отделом теории вероятностей и математической статистики
Математического института РАН им. В.А. Стеклова
доктор физико-математических наук

Холево А. С.

