

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Музычки Степана Андреевича
«Линейные и нелинейные марковские системы на прямой»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Диссертация посвящена изучению нескольких вероятностных моделей систем взаимодействующих частиц на прямой и состоит из двух частей. В первой из них рассматривается линейная гамильтонова система с локальным взаимодействием под действием различных возмущающих факторов, а во второй – случайная многокомпонентная система со взаимодействием типа среднего поля.

Изучение сложных многокомпонентных систем – актуальная и активно развивающаяся область современной математики, использующая подходы функционального анализа, теории динамических систем, математической физики, а также теории вероятностей и случайных процессов. Примерами таких систем являются модели статистической физики, системы сетей связи и массового обслуживания, модели популяционной генетики и экологии. Основной особенностью рассматриваемых систем является их коллективное поведение, в котором детали процесса динамического изменения состояния каждой из компонент становятся несущественными. Вместо этого объектом изучения становится вероятностное описание доли компонент, имеющих те или иные свойства.

Одним из важных подходов при строгом математическом исследовании многокомпонентных систем является установление термодинамического предела и состоит в следующем. Как правило, исходная микроскопическая система конечна и состоит из N взаимодействующих элементов. Затем для определенных макроскопических величин и соотношений рассматривают их асимптотику при N , стремящемся к бесконечности, а затем конструируют некоторую предельную систему с бесконечным количеством элементов. Последнее может приводить к таким интересным свойствам, как фазовый переход, когда при незначительном изменении параметров модели, может происходить резкая перестройка всего состояния системы.

Изучаемые в диссертации задачи тесно связаны с описанным выше классом задач. При этом главными методами исследования является аппарат теории вероятностей и теории случайных процессов.

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы.

Во введении дается краткое описание диссертации. Делается небольшой исторический обзор существующих результатов, а также приводятся основные определения и конструкции, возникающие при рассмотрении линейных гамильтоновых систем, а также нелинейных марковских процессов.

В первой главе изучается определенная линейная гамильтонова система под действием различных возмущающих факторов. В случае воздействия постоянной силой приводятся неулучшаемые двухсторонние оценки амплитуды колебаний между компонентами системы. Показывается, что в зависимости от нормировки параметров имеется фазовый переход: кристаллическая структура либо слабо меняется на протяжении всего времени, либо амплитуда системы растет с ростом числа элементов. Также рассматривается случай возмущения белым гауссовским шумом. Доказывается, что при таком воздействии система не является эргодической. Устанавливается асимптотика времени выхода системы из определенной области фазового пространства.

Во второй главе рассматривается многокомпонентная случайная система со взаимодействием типа среднего поля. Конструируется предельный нелинейный марковский процесс, получающийся в термодинамическом пределе. Для него доказываются теоремы существования и единственности на всем бесконечном интервале времени. Стоит отметить, что поскольку динамике нелинейного марковского процесса отвечают нелинейные уравнения Колмогорова, последнее не является тривиальной задачей. Также рассматривается несколько явно вычисляемых примеров.

Третья глава посвящена двум вопросам. Первый из них – это строгое математическое обоснование термодинамического перехода по количеству взаимодействующих частиц, а второй – описание всех инвариантных мер нелинейного марковского процесса, а также сходимости к ним при $N \rightarrow \infty$. Доказывается, что при определенных условиях на параметры системы N -частичная система взаимодействующих частиц равномерно по всем аппроксимирует предельный нелинейный марковский процесс. Используя это, показывается, что в ряде случаев предельный процесс имеет однопараметрическое семейство инвариантных мер, и устанавливается сходимости к одной из них.

В целом, работа производит весьма хорошее впечатление, а решенные задачи имеют существенное значение для теории вероятностей и математической физики. Диссертация написана четко, на хорошем математическом языке. Все результаты диссертации новы и строго обоснованы. Они своевременно опубликованы, в том числе 4 из них в журналах из списка ВАК. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

По работе имеются следующие замечания:

1. Формальное определение функции на стр. 41 является слишком громоздким, и потому желательно указать ее существенный смысл.
2. В определении 2.2 на стр. 51 не очевидно, что (a,b) означает интервал на действительной оси.
3. Желательно объяснить, что значит вложение одного банахова пространства в другое как линейное подпространство на стр. 51.
4. В теоремах 3.3 и 3.5 требуется указать, что за условия 1-3 требуются для ее выполнения: те, которые требовались в теореме 3.1.

Указанные замечания не носят существенного характера и не снижают высокий научный уровень диссертации.

Вышеизложенное позволяет сделать вывод, что диссертационная работа по своему содержанию, результатам и оформлению соответствует требованиям “Положения о порядке присуждения ученых степеней” ВАК РФ, а ее автор – Музычка Степан Андреевич – достоин присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

2 сентября 2014 г.

старший научный сотрудник
Института проблем управления
В. А. Трапезникова РАН
кандидат физико-математических наук


Анулова С.В.

