

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по научной работе  
Федерального государственного  
бюджетного учреждения науки  
Математический институт имени В.А. Стеклова  
Российской академии наук



член-корреспондент РАН

 Д.В. Трещев

« 20 » мая 2016 г.

### ОТЗЫВ

ведущей организации

на диссертационную работу Васильевой Екатерины Викторовны  
«Периодические системы дифференциальных уравнений  
с бесконечным множеством устойчивых периодических решений»,  
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук  
по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы  
и оптимальное управление

Методы качественного анализа систем дифференциальных уравнений с периодической зависимостью от времени представляют значительный теоретический интерес. В диссертационной работе Васильевой Екатерины Викторовны изучаются окрестности гомоклинических траекторий, соответствующих гиперболическим решениям. Развиваются методы, позволяющие доказать существование бесконечного множества однообходных устойчивых периодических решений в окрестности гомоклинической траектории.

Объем диссертации составляет 140 страниц. Текст диссертации состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы (40 наименований). Во введении приводится обзор литературы по теме исследования, описание области и методов исследования. Также даны сведения об апробации работы.

В первой главе рассматриваются диффеоморфизмы плоскости с неподвижной гиперболической точкой и гомоклиническим касанием в предположении, что

диффеоморфизм линеен в окрестности неподвижной точки. Показывается, что при выполнении определенных условий на характер касания устойчивого и неустойчивого многообразий у диффеоморфизма будет существовать счетное количество устойчивых периодических точек, характеристические показатели которых отделены от нуля. Поскольку условия, накладываемые на характер касания достаточно сложны, то также в первом разделе приводится способ построения соответствующих функций, удовлетворяющих условиям теорем.

Во второй главе результаты первой главы распространяются на случаи диффеоморфизмов плоскости класса  $C^r$ ,  $1 \leq r \leq \infty$ , без предположения линейности. Следует отметить, что при отсутствии резонансов этот случай сводится к случаю, рассмотренному в первой главе. Также приводятся примеры, из которых следует, что для  $C^r$ -диффеоморфизма допускается касание порядка  $r$  устойчивого и неустойчивого многообразий.

В третьей главе рассматриваются многомерные диффеоморфизмы в предположении линейности в окрестности гиперболической неподвижной точки. Показывается, что в окрестности нетрансверсального гомоклинического решения существует счетное множество устойчивых периодических решений с отделенными от нуля характеристическими показателями.

В заключении кратко сформулированы основные результаты, полученные в диссертации. Также указаны возможные перспективы.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Указан класс двумерных систем, которые имеют в окрестности гомоклинической траектории бесконечно много однообходных устойчивых периодических решений с отделенными от нуля характеристическими показателями.
2. Показано, что для любого  $r > 1$  существует класс  $C^r$ -гладких по зависимой переменной двумерных систем, обладающих тем же свойством.
3. Существуют двумерные системы с бесконечно гладкой правой частью, имеющие бесконечное число однообходных устойчивых периодических решений с отделенными от нуля характеристическими показателями.
4. Указан класс многомерных систем, которые имеют в окрестности гомоклинической траектории бесконечно много устойчивых периодических решений с отделенными от нуля характеристическими показателями.



Достоверность результатов работы обеспечивается их теоретическим обоснованием. Результаты снабжены полными и подробными доказательствами.

Научные результаты диссертации получены автором самостоятельно, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками. Полученные в диссертации результаты своевременно опубликованы, в том числе в журналах, рекомендованных ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Работа имеет значительную теоретическую ценность. В частности, результаты, представленные в работе, дают положительный ответ на давно стоящий вопрос о возможности существования в произвольной окрестности гомоклинического решения счетного множества устойчивых периодических решений с отделенными от нуля характеристическими показателями.

Результаты диссертационной работы могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в МГУ имени М.В. Ломоносова, Институте проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН и других высших учебных и научно-исследовательских учреждениях, а также при чтении специальных курсов по математической теории управления для студентов старших курсов и аспирантов.

Отметим, что большая часть диссертационной работы посвящена изучению случая двумерных диффеоморфизмов, который рассматривался многими авторами, начиная с работ Ньюхауза. В частности, представителями нижегородской школы динамических систем была показана возможность существования бесконечного множества устойчивых траекторий, не покидающих окрестности гомоклинической кривой. Следовало бы подробнее обсудить различия подходов и результатов между представляемой диссертацией и работами предшественников.

Случай многомерных диффеоморфизмов автором рассматривается в предположении линейности в окрестности неподвижной точки, что накладывает существенные ограничения на класс рассматриваемых систем. Следовало бы отметить, что эти условия можно опустить при отсутствии резонансов.

Представленные в работе необходимые условия существования устойчивых периодических решений формулируются как условия на характер касания устойчивого и неустойчивого многообразий и представлены в достаточно сложной форме, в частности, содержат несколько бесконечных наборов неравенств. К сожалению, геометрический и

динамический смысл данных условий остается неясен. Следовало бы обсудить вопросы общности положения для этих условий. Например, результаты Ньюхауза справедливы для однопараметрических семейств общего положения. Верно ли это для результатов диссертации? Также имеются основания полагать, что условия теорем могут быть не выполнены для вещественно-аналитических систем.

Прочие замечания по диссертации непринципиальны и касаются опечаток, слишком подробного изложения некоторых простых фактов и сравнительно краткого обзора литературы по теме исследования.

Работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к докторским диссертациям (в том числе п. 9, абзац 1), а ее автор Васильева Екатерина Викторовна заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв составлен заведующим отделом механики Математического института имени В.А.Стеклова РАН, доктором физико-математических наук Сергеем Владимировичем Болотиным.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании отдела механики Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Математический институт имени В.А. Стеклова Российской академии наук» 4 мая 2016 г. (протокол № 1).

Заведующий отделом механики  
ФГБУН «Математический институт  
имени В.А. Стеклова РАН»,  
доктор физико-математических наук

  
Болотин Сергей Владимирович

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
«Математический институт имени В.А. Стеклова Российской академии наук»  
119991, Москва, ул. Губкина, д. 8  
Тел. +7(495) 984 81 41, доб. 39 - 77  
E-mail: [bolotin@mi.ras.ru](mailto:bolotin@mi.ras.ru)

Подпись руки заведующего отделом механики  
Болотина С.В. заверяю  
Печать отдела кадров



*Васильева ЕК*