

ОТЗЫВ

официального оппонента

доктора физико-математических наук

Ананьевского Игоря Михайловича

о диссертации Васильевой Екатерины Викторовны

“Периодические системы дифференциальных
уравнений с бесконечным множеством
устойчивых периодических решений”,

представленной на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения,

динамические системы и оптимальное управление

Диссертация Е.В. Васильевой посвящена сложной и интересной проблематике качественной теории дифференциальных уравнений и нелинейной динамики — вопросу существования бесконечного числа устойчивых периодических решений в окрестности гомоклинической траектории периодической системы дифференциальных уравнений.

Гомоклинические структуры играют важную роль в теории гладких динамических систем. Понятие гомоклинической точки появилось в работах А. Пуанкаре уже почти полтора столетия назад при исследовании задач небесной механики. С тех пор гомоклинические структуры стали не только предметом изучения для математиков и механиков, но инструментом для описания различных стохастических колебательных процессов, возникающих в физике, технике и других областях естествознания. Поэтому тема диссертации актуальна как в теоретическом, так и в прикладном отношении.

Окрестность гомоклинического решения имеет очень сложное строение. Описанию свойств такого решения посвящено множество работ, в том числе, ставших классическими. Наиболее изучен случай трансверсальной гомоклинической точки, т. е. случай трансверсального пересечения устойчивого и неустойчивого многообразий гиперболической точки. В частности, ранее было установлено, что в окрестности трансверсального гомоклинического решения существует бесконечно много неустойчивых периодических решений. В диссертации Е.В. Васильевой получен ряд новых, ранее неизвестных, результатов, относящихся к менее изученному случаю нетрансверсального пересечения устойчивого и неустойчивого многообразий. Вопрос о существо-

вании бесконечного числа устойчивых периодических решений в окрестности гомоклинической траектории стоит в центре внимания представленной работы, и решение этого вопроса определяет новизну полученных в ней результатов.

Перейду к общей оценке диссертации и анализу ее содержания последовательно по главам.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, насчитывающего 40 наименований. Объем диссертации составляет 140 стр.

Во введении изложена история вопроса, сформулированы основные используемые в диссертации понятия, представлен обзор ранее известных результатов. Затем в краткой форме приводится содержание работы по главам.

В первой главе предметом исследования выступает порожденный двумерной периодической системой дифференциальных уравнений диффеоморфизм плоскости в себя.

Сначала, в параграфе 1.1, предполагается, что данный диффеоморфизм линеен в окрестности гиперболической точки. Автор задает в окрестности гомоклинической точки некоторую степень этого диффеоморфизма с помощью явной формулы, которая включает в себя подлежащую заданию функцию g . Поведение функции g определяет характер касания устойчивой и неустойчивой сепаратрис. Установлены условия на эту функцию, при выполнении которых будет существовать счетное множество устойчивых периодических траекторий с отделенными от нуля характеристическими показателями. Данное утверждение сформулировано в виде теоремы 1.1 и составляет основной результат параграфа.

Во втором параграфе главы 1 автор отказывается от предположения линейности диффеоморфизма в окрестности гиперболической точки. Сформулировано и доказано утверждение, аналогичное утверждению теоремы 1.1. Это утверждение включает в себя требования, которым должна удовлетворять нелинейная часть рассматриваемого диффеоморфизма, задаваемая, в обозначениях автора, функциями p и q , чтобы гарантировать существование бесконечного числа устойчивых периодических траекторий с отделенными от нуля характеристическими показателями.

В третьем параграфе главы 1 описанные ранее функции p и q , которые задают нелинейную часть диффеоморфизма, и функция g , определяющая характер касания сепаратрис, построены в явном виде.

Вторая глава посвящена вопросу существования бесконечного числа устойчивых периодических решений в окрестности гомоклинической траектории

для диффеоморфизмов более высокой степени гладкости, чем 1. Именно, указаны способы построения C^r -гладких функций p, q и g , задающих такую нелинейную часть диффеоморфизма и такое касание сепаратрис, которые обеспечивают существование бесконечного числа устойчивых периодических траекторий с отделенными от нуля характеристическими показателями. Эти функции выписаны в явном виде в параграфе 2.1 для случая $1 < r < \infty$, а в параграфе 2.2 — для случая $r = \infty$.

В главе 3 исследована та же проблема существования бесконечного числа устойчивых периодических решений в окрестности гомоклинической траектории, но для многомерных систем. Здесь автор ограничился n -мерным диффеоморфизмом, линейным в окрестности гиперболической точки. Используя развитые им в первых двух главах подходы, автору удалось показать существование таких многомерных диффеоморфизмов, для которых в окрестности нетрансверсальной гомоклинической траектории существует бесконечно много устойчивых периодических решений с отделенными от нуля характеристическими показателями.

В заключении сформулированы основные положения диссертации, выносимые автором на защиту.

По моему мнению, диссертация Е.В. Васильевой выполнена на высоком научном уровне. Ее отличает математическая строгость, аккуратность и лаконичность изложения материала.

Представленная диссертационная работа вносит существенный вклад в развитие качественной теории дифференциальных уравнений. Автор разработал и использовал тонкие методы исследования динамики нелинейных систем, им решена сложная проблема существования в окрестности гомоклинического решения бесконечного числа устойчивых периодических решений с отделенными от нуля характеристическими показателями, что можно квалифицировать как крупное научное достижение. Отметим, что при бифуркациях рассмотренных автором систем устойчивые периодические решения не исчезают, а их характеристические показатели также оказываются отделены от нуля, что особенно важно при исследовании различных проблем в механике, физике и других областях естествознания. Поэтому проведенное исследование имеет не только теоретическое, так и прикладное значение.

Достоверность вынесенных на защиту результатов обусловлена математической строгостью постановок задач, сформулированных утверждений и представленных доказательств.

Полученные автором результаты являются новыми. Они опубликованы в журналах списка ВАК, а также неоднократно докладывались на россий-


ских и международных научных конференциях. Все работы выполнены без соавторов. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Тематика и содержание диссертации Е.В. Васильевой “Периодические системы дифференциальных уравнений с бесконечным множеством устойчивых периодических решений” отвечает паспорту специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

По работе имеется лишь одно существенное замечание. Доказывая существование диффеоморфизма с нужными свойствами, автор строит отображение в окрестности гомоклинической точки. Данное отображение будет совпадать со степенью искомого диффеоморфизма. Для полноты рассуждений желательным было бы показать, что соответствующий диффеоморфизм может быть задан на всем пространстве, а не только в этой окрестности.

Данное замечание не снижает общей высокой оценки диссертации.

Считаю, что диссертация “Периодические системы дифференциальных уравнений с бесконечным множеством устойчивых периодических решений” удовлетворяет требованиям “Положения о порядке присуждения ученых степеней”, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор, Васильева Екатерина Викторовна, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заведующий лабораторией ИПМех РАН

доктор физико-математических наук, профессор  И. М. Ананьевский

Ананьевский Игорь Михайлович (e-mail: anan@ipmnet.ru, тел. +7 (405) 434-92-63), доктор физико-математических наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика.

Подпись И. М. Ананьевского заверяю.

Ученый секретарь ИПМех РАН
к.ф.-м.н. Е.Я. Сысоева

06.06.2016



ИПМех РАН

просп. Вернадского 101, корп. 1, Москва, 119526 Россия

Тел.: (495) 434-00-17 Факс: (499) 739-95-31, e-mail: ipm@ipmnet.ru