

О Т З Ы В

научного руководителя Комбарова А.П.

о диссертации Добрыниной Марии Александровны

„Некоторые свойства нормальных

и полунормальных функторов в категориях \mathcal{P} и Comp “,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Изучение различных топологических аспектов теории категорий и, в частности, исследование геометрических свойств ковариантных функторов, действующих в той или иной категории топологических пространств и их отображений, является в настоящее время важным, актуальным и интенсивно развивающимся направлением общей топологии. Хорошо известно, что многие классические конструкции общей топологии имеют функториальный характер: они определены не только для пространств, но и для отображений. Одним из важнейших примеров такой конструкции является операция возведения в степень топологического пространства, порождающая степенной функтор. Конструкция гиперпространства, впервые появившаяся в топологии в 1923 году в работах Вьеториса, также является ковариантным функтором в категории Comp компактов и их непрерывных отображений. Серьезный вклад в теорию гиперпространств внесли многие топологи, из которых необходимо особо отметить основополагающие работы Майкла 50-х годов и более поздние работы, например, В.М.Ивановой, Кислинга, И.В.Величко, Ван Дауэна, В.П.Малыхина и других авторов. Потребности спектрального анализа привели к выделению ряда естественных условий, составляющих важное определение нормального функтора, действующего в категории Comp . Нормальные функторы были введены в общую топологию Е.В.Щепиным в 1981 году. Затем В.В.Федорчук определил полунормальный функтор, тем самым расширив понятие нормального функтора. Теория полунормальных функторов в дальнейшем развивалась в работах В.В.Федорчука, А.В.Иванова, Е.В.Канцубы и других авторов.

Диссертация М.А.Добрыниной посвящена изучению свойств полунормальных и нормальных функторов в категории Comp компактов и их непрерывных отображений и в категории \mathcal{P} паракомпактных p -пространств и их совершенных отображений, при этом следует отметить, что распространение понятия нормального функтора на категорию \mathcal{P} является новым и неочевидным заранее результатом, полученным М.А.Добрыниной. Диссертация состоит из двух глав, разбитых на двенадцать параграфов.

Первая глава посвящена изучению свойств полунормальных функторов, действующих в категории Comp . Важным примером полунормального функтора является функтор $\lambda(\cdot)$, порождаемый конструкцией суперрасши-

рения пространства. Суперрасширение $\lambda(X)$ представляет собой пространство всех максимальных сцепленных систем пространства X , снабженное некоторой специальной топологией. Пространство $\lambda(X)$ впервые рассматривалось де Гроотом еще в 1969 году. Де Гроот доказал, что суперрасширение любого компакта является компактом. Ван Милл в 1983 году определил пространство $\lambda^k(X)$ максимальных k -сцепленных систем компакта X и показал, что при $k > 2$ пространство $\lambda^k(X)$, как правило, не является компактным. В связи с этим результатом естественно возник вопрос о нормальности пространства $\lambda^k(X)$. В работе М.А.Добрыниной построен пример, показывающий, что пространство $\lambda^3(X)$ может не быть нормальным пространством для некоторого компакта X , что является усилением соответствующего результата Ван Милла. Следующим по важности новым результатом, полученным в первой главе, является пример непрерывного отображения компактов, при котором максимальная сцепленная система со связным носителем переходит в максимальную сцепленную систему, носитель которой несвязен. Этот результат опровергает естественную гипотезу, что пространство $\lambda^c(X)$ максимальных сцепленных систем со связными носителями порождает подфунктор функтора суперрасширения. Важным результатом первой главы является и теорема о том, что множество $\lambda^c(X)$ всюду плотно в суперрасширении $\lambda(X)$ любого связного и сепарабельного компакта X и не является всюду плотным в суперрасширении, если компакт X не является связным. И, наконец, очень интересными (и новыми) являются результаты о сохранении полунормальными функторами точек взаимной однозначности.


Во второй главе предпринята оказавшаяся успешной попытка распространения понятия нормального функтора с категории Comp на категорию \mathcal{P} паракомпактных p -пространств и их совершенных отображений. Основные затруднения, которые пришлось преодолеть автору диссертации, состояли в необходимости некоторого видоизменения аксиоматики таким образом, чтобы аксиоматика для категории \mathcal{P} при ограничении на категорию Comp совпадала с аксиоматикой Е.В.Шепина. Во второй главе диссертации доказывается, что \mathcal{P} действительно является категорией и приводится пример ковариантного функтора $\text{exp}_c(\cdot)$, действующего в категории \mathcal{P} . Далее, доказывается, что этот функтор $\text{exp}_c(\cdot)$ является примером нормального функтора в \mathcal{P} , ограничение которого на категорию Comp совпадает с экспоненциальным функтором $\text{exp}(\cdot)$. Вторая глава содержит много технических результатов, некоторые из которых имеют и самостоятельное значение. Например, доказывается, что если куб паракомпактного p -пространства наследственно нормален, то X метризуемо, что является обобщением в категории \mathcal{P} классической теоремы Катетова о кубе. Основным результатом второй главы несомненно следует считать следующую теорему : *пусть X*

— паракомпактное p -пространство, \mathcal{F} — нормальный функтор степени ≥ 3 , действующий в категории \mathcal{P} . Тогда если пространство $\mathcal{F}(X) \setminus X$ наследственно нормально, то пространство X метризуемо. Эта теорема является обобщением теоремы В.В.Федорчука 1989 года о нормальном функторе степени ≥ 3 , действующем в категории Comp . Следует отметить, что обобщениям теоремы В.В.Федорчука посвящено довольно много работ разных авторов. Но во всех предыдущих результатах свойство наследственной нормальности заменялось на то или иное свойства типа нормальности, при сохранении категории Comp . В диссертации М.А.Добрыниной впервые обобщение теоремы Федорчука получено в более широкой категории, что открывает новые возможности для исследований в этом направлении.

Подводя итог, можно сделать вывод, что в диссертации Добрыниной Марии Александровны, посвященной весьма актуальной теме, получены важные результаты, некоторые из которых открывают новые перспективы научных исследований в изучении топологических вопросов теории категорий. Представленные в диссертации результаты снабжены доказательствами, а приведенные и используемые факты — соответствующими ссылками. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации: основные результаты диссертации опубликованы и апробированы на семинарах и конференциях как всероссийских так и международных.

Все сказанное выше позволяет сделать заключение, что диссертация М.А.Добрыниной „Некоторые свойства нормальных и полунормальных функторов в категориях \mathcal{P} и Comp “ удовлетворяет всем требованиям, которые предъявляются к кандидатским диссертациям, и её автор Мария Александровна Добрынина заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Научный руководитель
д.ф.-м.н.



25.09.2014

А.П.Комбаров