

“УТВЕРЖДАЮ”

и. о. проректора по научной работе ФГБОУ ВПО
«Московский педагогический
государственный университет»

д.ф.-м.н.

В.Е. Подольский

“20”

2014 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертационную работу БУДРЕВИЧА Михаила Вячеславовича
«О конвертации перманента и определителя»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертация Будревича М.В. посвящена решению актуальных задач современной линейной алгебры. Основная цель работы – исследование свойства конвертируемости матриц и доказательство отсутствия биективного отображения, конвертирующего перманент матрицы в определитель, на пространстве матриц над конечным полем. Под конвертируемостью в общем виде подразумевается отображение, позволяющее перейти от вычисления перманента к вычислению определителя матрицы. Ключевыми для данной работы являются знаковая конвертация $(0,1)$ -матриц и биективная конвертация матриц над конечным полем. Также изучается конвертация для неотрицательных матриц.

Перманент является естественно возникающей функцией. В частности, она используется в качестве счетной функции во многих комбинаторных задачах. Например, в задачах определения числа систем различных представителей, числа различных полных паросочетаний в двудольном графе и других. Сложность вычисления перманента и схожесть формальных выражений для перманента и определителя ставят естественный вопрос о связи этих двух функций. Этой тематике посвящены несколько монографий и множество статей. Более того, в последние годы были получены существенные продвижения в решении вопроса о конвертации $(0,1)$ -матриц, а так же рассмотрена конвертация для матриц над конечными полями. В диссертации предложен новый формальный подход к вычислению перманента, связывающий множества нулей определителя и перманента.

Задача вычисления перманента $(0,1)$ -матрицы относится к классу $\#P$ -сложных, к которому относятся многие комбинаторные задачи, связанные с подсчетом количества допустимых решений. Нахождение полиномиального алгоритма вычисления перманента позволило бы положительно разрешить задачу проверки равенства $P=NP$. Работы в этой области активно ведутся с середины 20-го века, и имеют многочисленные применения в вычислительной математике, теории сложности, а также приложения в комбинаторной алгебре. Актуальность темы диссертации

определяется как возможностью использования полученных результатов и развитых методов в других областях математики, так и количеством работ, ведущихся в этой области, а так же тем, что в диссертации решен ряд именных проблем.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, и списка литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели и задачи работы, описано содержание диссертации и перечислены основные полученные результаты.

Первая глава диссертационной работы посвящена исследованию свойства конвертируемости неотрицательных матриц при выполнении различных арифметических матричных операций. Под неотрицательными матрицами подразумеваются матрицы с неотрицательными вещественными элементами. Получены: необходимое условие конвертируемости произведения максимальных неконвертируемых матриц, необходимое и достаточное условие конвертируемости суммы матриц, критерий конвертируемости кронекерова произведения матриц.

Во второй главе исследуются границы конвертируемости для некоторых классов $(0,1)$ -матриц. Решена проблема Гутермана – Долинара – Кузма существования неконвертируемых матриц для всех промежуточных между граничными значений числа единиц в матрице. В качестве вспомогательных инструментов разработан метод свертки неотрицательных матриц и метод расширений для $(0,1)$ -матриц. Описана связь этих методов друг с другом, со свойством конвертируемости матриц и со свойством полной неразложимости матриц. С использованием метода свертки доказана нижняя граница конвертируемости для вполне неразложимых $(0,1)$ -матриц. Отдельно рассмотрены неразложимые матрицы, показано, что для них не может быть доказана нижняя граница конвертации, отличная от границы для всего множества $(0,1)$ -матриц. С использованием метода расширений полностью описаны все вполне неразложимые неконвертируемые $(0,1)$ -матрицы с числом единиц, равным нижней границе конвертируемости.

В третьей главе диссертации исследуется конвертируемость матриц над конечным полем. Доказана конвертируемость произвольной матрицы над полем из 3 элементов. Построены примеры, показывающие, что для любого другого конечного поля, характеристика которого больше 2, существуют неконвертируемые матрицы. Доказано, что для пространства матриц над конечным полем не существует аналогов верхней границы конвертации, а именно, показано существование конвертируемых матриц без нулевых элементов сколь угодно большого порядка над произвольным конечным полем. Также доказано достаточное условие конвертируемости матрицы над конечным полем в терминах числа ненулевых элементов. Разработан тензорный метод вычисления перманента, который позволил оценить число матриц с нулевым перманентом над конечным полем. На основе этого метода доказана теорема об отсутствии биективных отображений матриц порядка большего 2 над конечным полем, характеристики отличной от 2, конвертирующих перманент в определитель, что полностью решает проблему Полия для матриц над конечными полями.

Наиболее значительными результатами работы являются следующие:

- Получено необходимое и достаточное условие конвертируемости суммы матриц и необходимое условие конвертируемости произведения матриц. Полностью охарактеризованы все конвертируемые матрицы, полученные кронекеровым произведением.

- Решен ряд проблем конвертируемости перманента $(0,1)$ -матриц с некоторыми специальными условиями. В том числе:
 - Решена проблема о существовании конвертируемых и неконвертируемых $(0,1)$ -матриц с числом единиц между границами конвертации.
 - Найдено минимальное количество единиц во вполне неразложимой неконвертируемой $(0,1)$ -матрице.
- Доказано достаточное условие знаковой конвертируемости матрицы над конечным полем.
- Исследован вопрос о биективной конвертации для матриц над конечным полем, в том числе получены следующие результаты:
 - о Введен и исследован тензор перманента и его свойства.
 - о Доказано, что матриц над конечным полем F характеристики, отличной от 2, порядка $n > 2$ с нулевым определителем больше, чем матриц с нулевым перманентом.
 - о Доказано отсутствие биективного отображения, позволяющего заменить вычисление перманента на вычисление определителя.

В целом, диссертационная работа Будревича М.В. вызывает большой интерес и посвящена исследованиям в интенсивно развивающейся области современной алгебры. Для решения задач привлекаются методы как линейной и матричной алгебры, так и методы теории графов. Более того, диссертантом разработан новый метод вычисления перманента, основанный на представлении перманента в виде последовательного применения операции свертки к тензору определенного вида. Полученные результаты могут быть использованы в организациях, занимающихся решением задач комбинаторики и линейной алгебры, а также разработкой вычислительных методов, например в МГУ, С-ПбГУ, КГУ, НГУ, МИАН, ВЦ РАН, МПГУ, РГТЭУ, ИВМ РАН и других.

В качестве недостатков диссертации следует отметить недостаточную проработку обозначений, сопутствующих введенным понятиям свертки и расширения матриц, а также недостаточность конкретных примеров сверток и расширений. Хотелось бы также более четко видеть открытые вопросы и перспективы дальнейших исследований. В работе содержатся некоторые опечатки нематематического характера.

Замеченные недостатки не снижают общей положительной характеристики диссертации. Диссертация логично построена, содержит обширный тщательно проработанный список литературы и ряд важных примеров, иллюстрирующих как полученные результаты, так и невозможность их дальнейшего расширения. Структура и содержание работы соответствуют поставленным целям и задачам исследования. Полученные результаты являются новыми, интересными, снабжены полными и хорошо изложенными доказательствами. Работа демонстрирует высокий уровень научных способностей диссертанта.

Все основные результаты диссертации опубликованы в 7 работах, из них 5 написаны автором самостоятельно, 2 в соавторстве с научным руководителем. Три статьи опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК Российских рецензируемых научных журналов. Содержание диссертации соответствует содержанию автореферата и опубликованных работ.

Диссертация Будревича М.В. представляет собой законченную научно-исследовательскую работу, посвященную актуальной теме и содержащую новые научные результаты, имеющие

значение для развития теории знаковой конвертации, литейной алгебры, теории сложности, теории графов.

Все изложенное позволяет сделать вывод, что диссертация представляет собой завершённую научно-квалификационную работу на актуальную тему, полностью отвечает требованиям п.п. 9, 10, 11, 13, 14 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК Министерства образования и науки РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Диссертация соответствует специальности 01.01.06 – «Математическая логика, алгебра и теория чисел» и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Михаил Вячеславович Будревич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв составлен профессором кафедры алгебры МПГУ, доктором физико-математических наук А.В. Гришиным, утверждён на заседании кафедры алгебры МПГУ 20 ноября 2014 г., протокол № 3.

Зав. кафедрой алгебры МПГУ
доктор физ.-мат. наук, профессор



А.А. Фомин



Контактная информация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский педагогический государственный университет»

Адрес: 119991, г. Москва, ул. Малая Пироговская, д. 1, стр. 1, каб. 123.

E-mail: algebra@mpgu.edu.ru

Телефон: (499) 264-25-56



Сведения об организации:

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский педагогический государственный университет» (МПГУ)
119991, г. Москва, ул. Малая Пироговская, д. 1, стр. 1,
Тел./факс (499) 246-34-44
E-mail: ap@mpgu.edu.ru
Официальный сайт: <http://www.mpgu.edu/>

Заведующий кафедрой алгебры,
доктор физико-математических наук,
профессор


А.А. Фомин

**Список основных публикаций преподавателей кафедры алгебры
за период с 2009 по 2014 гг.**

1. *А. В. Гришин, А. В. Царёв.* Е-замкнутые группы и модули // *Фундамент. и прикл. матем.*, 17:2 (2012), 97–106.
2. *А. В. Гришин.* О Т-пространствах в относительно свободной дупорождённой лиевски нильпотентной алгебре индекса 4 // *Фундамент. и прикл. матем.*, 17:4 (2012), 133–139.
3. *В. Х. Фарукишин.* Локальные абелевы группы без кручения // *Фундамент. и прикл. матем.*, 17:8 (2012), 147–152.
4. *Э. А. да Коста, А. Н. Красильников.* Симметрические многочлены и не конечно порождённые $\text{Sym}(N)$ -инвариантные идеалы // *Фундамент. и прикл. матем.*, 18:3 (2013), 69–76.
5. *Е. Е. Ширшова.* О значениях элементов частично упорядоченных групп // *Фундамент. и прикл. матем.*, 18:3 (2013), 199–212.
6. *А. В. Гришин.* О центре относительно свободной лиевски нильпотентной алгебры индекса 4 // *Матем. заметки*, 91:1 (2012), 147–148.
7. *А. В. Гришин, Л. М. Цыбуля, А. А. Шокола.* О Т-пространствах и соотношениях в относительно свободных лиевски нильпотентных ассоциативных алгебрах. // *Фундамент. и прикл. матем.*, 16:3 (2010), 135–148.
8. *А. В. Гришин, Л. М. Цыбуля.* О Т-пространственном и мультипликативном строении относительно свободной алгебры Грассмана // *Матем. сб.*, 200:9 (2009), 41–80.
9. *А. А. Фомин.* К теории факторно делимых групп. I // *Фундамент. и прикл. матем.*, 17:8 (2012), 153–167.
10. *О. С. Гусева, А. В. Царев.* Кольца, r -ранги которых не превосходят 1 // *Матем. сб.*, 205:4 (2014), 21–32.
11. *А. В. Царев.* Т-кольца и факторно делимые группы ранга 1 // *Вестн. Томск. гос. ун-та. Матем. и мех.*, 2013, № 4, 50–53.
12. *А. В. Царев.* Модуль псевдорациональных отношений факторно делимой группы // *Алгебра и анализ*, 22:1 (2010), 223–239.

13. *Е. И. Компанцева*. Абелевы dqt -группы и кольца на них // *Фундамент. и прикл. матем.*, 18:3 (2013), 53–67.
14. *Е. И. Компанцева*. Кольца без кручения // *Фундамент. и прикл. матем.*, 15:8 (2009), 95–143.

Заведующий кафедрой алгебры,
доктор физико-математических наук,
профессор

 А.А. Фомин

