

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертационной работе Алимова Алексея Ростиславовича “Аппроксимативно-геометрические свойства множеств в нормированных и несимметрично нормированных пространствах” представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – “вещественный, комплексный и функциональный анализ”

Геометрическая теория приближений, к которой относится рассматриваемая диссертация, восходит к работам П.Л. Чебышева по приближениям функций многочленами. Геометрические аспекты теории приближений активно начали развиваться после работ Н.В. Ефимова и С.Б. Стечкина. Этой проблематике были посвящены десятки работ в двадцатом веке. И в двадцать первом веке она не утратила своей актуальности. Здесь по-прежнему остаются важные нерешенные задачи.

Диссертация состоит из оглавления, введения, четырех глав и списка цитируемой литературы, насчитывающего 268 наименований. Полный объем диссертации – 212 страниц.

В первой главе в § 1.1 автор рассматривает классическую задачу о характеристике линейных нормированных пространств, в которых всякое чебышевское множество выпукло. Классический результат В.И. Бердышева–А. Брондстеда–А. Л. Брауна, характеризующий банаховы пространства размерности 3 и 4, в которых всякое чебышевское множество выпукло, обобщается на случай несимметрично нормированных пространств.

Автор (§ 1.1) получил решение задачи о характеристике пространств, в которых всякое чебышевское множество выпукло, для случая несимметрично нормированных пространств размерности ≤ 4 . Данный результат получен автором с использованием инструментария геометрической топологии.

В § 1.2 рассматривается задача о структуре дополнения к чебышевским множествам, солнцам и строгим солнцам, раскрывается связь данного вопроса о задаче о характеристике пространств, в которых всякое чебышевское множество выпукло. Получен полный ответ на вопрос о характеристике пространств, в которых имеется строгое солнце с заданным количеством компонент в дополнении; полный ответ на аналогичный вопрос для чебышевских множеств получен для размерности ≤ 4 .

В § 1.3 рассматривается классическая задача о выпуклости чебышевских множеств при дополнительном условии, что рассматриваемое множество лежит в подпространстве. Получен ряд теорем о выпуклости таких множеств. Полученные результаты позволили автору решить давно стоящую задачу об стягиваемости произвольных солнц, содержащихся в произвольном двумерном подпространстве.

Во второй главе рассматриваются линейные пространства с несимметричной нормой и несимметричной метрикой. Автором в гл. II получен ответ на вопрос об универсальности пространства $C[0, 1]$ непрерывных функций с равномерной нормой для пространств с несимметричной нормой и несимметричной метрикой. Устанавливается еще одно свойство универсальности единичного шара пространства $C[0, 1]$ и показывается, что *метризуемые*

сепарабельные несимметрично нормированные пространства X можно изометрически изоморфно вложить в классическое $C[0, 1]$ как аффинное линейное многообразие; иными словами, единичный шар пространства X можно представить, с точностью до изометрического изоморфизма, как пересечение единичного шара пространства $C[0, 1]$ с некоторым линейным многообразием, пересекающим его по внутренности.

В третьей главе рассматриваются вопросы связности и солнечности чебышевских множеств и солнц в линейных нормированных пространствах.

Важным достижением диссертанта является введение понятия монотонно линейно связного множества. Это понятие позволило диссертанту найти новые методы изучения для ряда классических объектов. К примеру, известно, что пересечение множества $R_{n,m}$ дробно-рациональных функций в $C[0, 1]$ с произвольным открытым шаром $\mathring{B}(x, r)$ связно, $x \in C[0, 1]$, $r > 0$. Автор усиливает этот результат, показывая, что такое пересечение монотонно линейно связно, что позволяет ему, исходя из общих результатов о непрерывных ε -выборках, установить существование непрерывных ε -выборок для всех $\varepsilon > 0$ на множество $R_{n,m}$, его обобщение $R_{V,W}$ (V, W – произвольные выпуклые подмножества пространства $C(Q)$) и в других случаях. Это обобщает некоторые результаты С. В. Конягина и К. С. Рютина.

Автор доказывает, что ограниченно компактное монотонно линейно связное множество имеет стягиваемые пересечения с шарами. Устанавливается монотонная линейная связность произвольных солнц в пространстве c_0 , что частично замыкает классическую теорему Л. П. Власова. Показано, что в произвольном линейном нормированном пространстве монотонно линейно связное чебышевское множество является солнцем. В этом утверждении солнечность чебышевского множества впервые устанавливается при ограничениях типа связности.

В четвертой главе рассматриваются локальные свойства солнц и чебышевских множеств в банаховых пространствах. Изучается вопрос сохранения солнечности, связности и других аппроксимативных свойств при пересечении таких множеств с подмножествами пространства. В § 4.1 получена геометрическая характеристика строгих солнц в пространстве $\ell^\infty(n)$, дополняющая классическую характеристику Беренса–Хетцельта для солнц. В § 4.2 решается давно стоящий вопрос о характеристике в геометрических терминах чебышевских множеств в пространствах типа $C(Q)$ (задача поставлена в 1980-х годах В. М. Тихомировым и Х. Беренсом). Дается характеристика чебышевских множеств в пространстве $\ell^\infty(n)$.

В § 4.3 вопрос о локальных аппроксимативных свойствах множеств рассматривается для случая пространства $C(Q)$. Установлены принципиально новые локальные характеристики чебышевских множеств, солнц и строгих солнц в банаховых пространствах в терминах аппроксимативных свойств их пересечений с брусами.

Замечаний по стилю и оформлению нет. В целом изложение полученных результатов в диссертационной работе проведено ясно и последовательно.

Оценивая диссертационную работу в целом, можно констатировать ее актуальность и научную новизну и квалифицировать ее как крупное научное достижение в теории приближений.

Автореферат полностью и правильно отражает содержание диссертации. Основные положения выполненных исследований опубликованы в двух десятках статей из перечня ВАК РФ. Результаты диссертации докладывались на российских и международных конференциях. Выносимые на защиту научные результаты диссертации получены автором лично, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Работ, написанных в соавторстве, нет.

Диссертация является научно-квалификационной работой и удовлетворяет п. 9 “Положения о порядке присуждения ученых степеней”. В диссертации, в частности, решены научные проблемы: найдена характеристика чебышевских подмножеств пространства $\ell^\infty(n)$, установлена их экстремальная чебышевость; установлена монотонная линейная связность произвольное солнца в пространстве c_0 ; показано, что монотонно линейно связное чебышевское множество в линейном нормированном пространстве является солнцем; показана экстремальная клеточноподобность ограниченно компактных связных по Менгеру (и, в частности, монотонных линейно связных) множеств. Полученные диссертантом результаты можно квалифицировать, как крупные научные достижения в области теории приближений.

Оценивая диссертацию в целом я считаю, что в ней разработано новое научное направление, а созданные при этом методы позволили решить ряд сложных актуальных задач. Представленная диссертация является самостоятельно выполненной работой. Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены автором лично, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Работ, написанных в соавторстве, нет. Автор диссертации, Алимов Алексей Ростиславович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Щепин 31.03.15

Щепин Евгений Витальевич,
член-корреспондент РАН,

доктор физико-математических наук,

старший научный сотрудник, ФГБУН Математический институт имени
В. А. Стеклова Российской академии наук, отдел геометрии и топологии,
главный научный сотрудник отдела

Подпись Щепина Е.В. заверяю
Ученый секретарь МИАН

Москва, улица Губкина 8

тел. +79057358724

scepin@mi.ras.ru



С работами Евгения Витальевича Щепина можно ознакомиться по адресу http://elibrary.ru/author_items.asp?authorid=5291