

## ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертационной работе Тимергалиева Ирека Саматовича «О распределении значений коротких арифметических сумм», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

**Актуальность темы диссертации.** Настоящая работа посвящена исследованию распределения значений коротких сумм арифметических функций. Для слагаемых подобных сумм имеет место определенный закон “независимости” друг от друга. В связи с этим значения их будут распределены по некоторым вероятностным законам (нормальному, показательному и др.).

В 1952 г. Г. Давенпорт и П. Эрдеш доказали, что значения коротких сумм символов Лежандра распределены по нормальному закону. Эти исследования были продолжены Ю.В. Линником и Й.П. Кубилюсом.

В 1960 г. А.Г. Постников вывел закон распределения значений очень коротких рациональных тригонометрических сумм с показательной функцией в экспоненте. М.П.Минеев и др. доказали новые метрические теоремы о тригонометрических суммах с быстрорастущими функциями. Отметим, что аналогичные исследования, связанные с поведением частичных сумм лакунарных тригонометрических рядов, были проведены Р.Форте, М. Кацем, А. Зигмундом, И.А. Ибрагимовым, В. Ф. Гапошкиным и др.

В конце 90-х годов В.Н. Чубариков поставил задачи о распределении значений классических тригонометрических сумм, таких как короткие суммы Гаусса, аналогов сумм Кластермана, сумм характеров Дирихле по простым числам, сумм коротких рациональных тригонометрических сумм с показательной функцией в экспоненте по “сдвигам” интервалов суммирования. В решении этих задач приняли участие Э.К. Жимбо, Р.Н.Бояринов, И.С. Нгонго, И.С. Тимергалиев и др.

### **Содержание диссертации.**

Глава 1 посвящена моментам классических тригонометрических сумм. Автором получены асимптотические формулы четных моментов с явно выписанными постоянными и зависимостью от порядка момента. При этом были улучшены некоторые из известных оценок остаточных членов. Кроме того, автором впервые были получены формулы для дробных моментов рассматриваемых арифметических сумм.

Глава 2 посвящена решению вопроса об оценке скорости сходимости к предельному распределению в задачах о распределении значений классических тригонометрических сумм. Эта задача была решена И.С. Тимергалиевым на основе результатов главы 1 и метода Р.Н. Бояринова. Отмечу, что диссертантом были также впервые получены оценки меры больших значений рассматриваемых арифметических сумм, по своей силе не уступающие современным вероятностным оценкам для сумм независимых случайных величин.

Особо отмечу результаты третьей главы диссертации. Автором впервые получена нетривиальная оценка сверху для количества решений несимметричного диофантова уравнения с функцией показательного роста. На основе этой оценки было изучено распределение экспоненциальной суммы на очень коротких интервалах.

Все основные результаты диссертации являются новыми и интересными и получены автором самостоятельно. При их получении автор преодолел ряд серьезных трудностей. Полученные результаты являются продвижением в исследованиях распределений арифметических сумм. В диссертации используются методы аналитической теории чисел, теории вероятностей и математического анализа. Результаты диссертации могут найти применение в дальнейших исследованиях арифметических сумм.

Считаю, что диссертация И.С. Тимергалиева «О распределении значений коротких арифметических сумм» отвечает требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

Р.Н. Бояринов  
3 сентября 2014 года

Подпись Р.Н. Бояринов удостоверяю

И.о. декана  
механико-математического  
факультета МГУ им. М.В.Ломоносова  
профессор

В.Н. Чубариков