ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе

Зубелевича Олега Эдуардовича

«Эволюционные дифференциальные уравнения с нелипшицевыми нелинейностями»,

представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ

Работа посвящена исследованию вопросов существования решений для эволюционных дифференциальных уравнений $x' = f(t,x)$ в бесконечномерных пространствах с заданными начальными условиями $x(0) = \hat{x}$. Данная тематика берёт своё начало от классических результатов Коши и Пеано для дифференциальных уравнений в конечномерных пространствах. Теорема Коши справедлива для уравнений с правой частью $f(t,x)$, которая является липшицевой по x, а теорема Пеано – для уравнений, где правая часть только непрерывна.

Хорошо известно, что теорема Коши дословно обобщается на бесконечномерные пространства, а теорема существования Пеано (правая часть не является липшицевой), вообще говоря, нет. Целью диссертации является выделить классы бесконечномерных пространств и классы задач в этих пространствах, для которых решения с нелипшицевой правой частью существуют. В диссертационной работе предложен ряд новых подходов к вопросам существования решений для дифференциальных уравнений с нелипшицевой правой частью в локально выпуклых пространствах и получен ряд новых теорем, которые являются естественным развитием теории конечномерных дифференциальных уравнений. Эти результаты позволяют получать не только теоремы существования, но и эффективные оценки времени существования решения в ряде важных задач, которые недоступны для исследования другими известными методами, в частности развитыми в работах В.М.Миллионщикова, П.Волкмана, В.И.Назарова, Р.Уля, М.Мюллера.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ И ИХ НОВИЗНА

Диссертационное исследование, изложенное на 136 страницах, состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы из 101 источника.

Во введении автор диссертации указывает основные направления развития современной теории дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах. Он обосновывает важность рассмотренных им проблем для данной области науки и формулирует цели и задачи исследования. Даётся исторический обзор и краткое описание содержания работы по главам, формулируются основные полученные результаты.

Первая глава носит в основном вспомогательный и методический характер. В ней содержатся некоторые сведения из теории локально выпуклых пространств, а также доказывается ряд технических утверждений, которые используются в последующих главах. Эти утверждения на защиту не выносятся.

Во второй главе рассмотрена задача типа Коши – Ковалевской с нелипшицевой правой частью в шкале банаховых пространств с компактными вложениями: $u_t = A(t,u,u) + h(t,u), u(0) = 0$, отображение $A(t,u,v)$ не является Липшицевым по переменным u и v, но выпукло по v. В этих условиях доказана локальная по времени теорема существования решения. Кроме того, доказано существование решения, которое зависит от начальных данных как измеримая по Борелю функция. Оба результата являются новыми как по отношению к последним результатам В.И.Назарова 1991 года, М.В.Сафонова 1995 г, так и по отношению к классическим работам Л.В.Овсянникова 1965 г, Л.Ниренберга 1972 г, Т.Нишиды 1977 г., Ж.Трева 1968 и 1970 г. В качестве модельного примера рассмотрено интегро-дифференциальное уравнение, для которого теорема существования доказывается методами автора диссертации, но не доказывается методами перечисленных выше работ.

В третьей главе рассматривается абстрактное параболическое уравнение квазилинейного типа с нелипшицевой нелинейностью в шкале банаховых пространств. Доказаны две локальных по времени теоремы существования для классической и для обобщённой постановки задачи. . Эти теоремы обобщают результаты А.Н.Карвальо, Ж.В.Холевы и Т.Длотко 2001 года. Отметим, что в работе А.Н.Карвальо, Ж.В.Холевы и Т.Длотко рассмотрены полулинейные уравнения в шкале банаховых пространств со структурой частичного порядка. В диссертации же рассматриваются квазилинейные уравнения и частичного порядка в шкале не предполагается. В качестве примеров рассмотрены приложения данной теории к уравнению Навье – Стокса и уравнению Блэка – Шолза. Кроме того, в качестве иллюстрации приложения развитой техники рассмотрено квазилинейное параболическое уравнение, в котором нелинейность является нелипшицевой функцией градиента искомой функции. Отметим, что построенная теория может найти приложения в интегро-дифференциальных и нелокальных параболических задачах.

В четвёртой главе исследуется задача Коши для уравнения $x' = f(t,x)$ с начальным условием $x(0) = x_0$ в конечномерном пространстве в условиях классической теоремы Пеано. Известно, что если функция $f(t,x)$ не удовлетворяет условию Липшица по x, то решение задачи Коши, вообще говоря, неединственно. Автор выделяет такую ветку решений , которое является борелевской функцией начальных данных. В качестве приложения рассматривается уравнение переноса с непрерывными (но не обязательно липшицевыми) коэффициентами. Для уравнения переноса доказана теорема существования решения в пространстве мер Радона.

Пятая глава посвящена дифференциальным уравнениям с непрерывной, но нелипшицевой правой частью в пространствах Фреше, снабжённых безусловным базисом Шаудера. Их исследование проводится с помощью мажорантного метода. Для таких уравнений построены две версии мажорантного метода. Эти версии позволяют получать теоремы существования решений, а также строить эффективные оценки времени существования решения. Кроме того, построена версия мажорантного метода, позволяющая получать периодические решения. Данный метод является прямым развитием классического мажорантного метода Коши – Вейерштрасса – Ковалевской и обобщает работы П.Волкмана (1978 г), Р.Уля (1996 г), М.Мюллера (1927г), а также классическую теорему Коши – Ковалевской. Полученные автором диссертации результаты имеют важные приложения в теории возмущений динамических систем. В ходе обоснования мажорантного метода в главе 5 также доказана теорема о равномерной ограниченности семейства диагональных операторов на пространстве Фреше. Эта теорема обобщает соответствующий результат Ж.Линденштраусса и Л.Дзафрири (1971 г), полученный для банаховых пространств. В качестве модельных приложений мажорантного метода доказана теорема существования периодических решений для уравнения Смолуховского.

Шестая глава посвящена приложениям результатов пятой главы к теории возмущений динамических систем (метод непрерывного усреднения Д.В. Трещёва 1997 г).

ЗАМЕЧАНИЯ ПО ДИССЕРТАЦИИ

Хотелось бы видеть больше примеров приложения полученных автором диссертации результатов к классическим краевым задачам для уравнений с частными производными. Данное замечание не умаляет результатов, полученных диссертантом, скорее, это пожелание к будущим исследованиям.

ВЫВОДЫ ПО ДИССЕРТАЦИИ

В целом о диссертационной работе О.Э. Зубелевича можно сделать следующие выводы:

1. Тема диссертации актуальна и соответствует научной специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».
2. Результаты работы являются новыми, получены автором самостоятельно и представляют большой научный интерес. Автором разработаны собственные методы исследования дифференциальных уравнений в локально выпуклых пространствах. Все утверждения сформулированы в

виде строгих математических утверждений и снабжены подробными доказательствами. Результаты опубликованы в 18 статьях (16 из них входит в список ВАК РФ).

3. Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в МГУ им. М.В.Ломоносова, Математическом институте им. В.А.Стеклова, МЭИ, Воронежском государственном университете. Это определяет теоретическую ценность результатов диссертации. Разделы диссертации могут составить содержание специальных курсов для студентов высших учебных заведений и аспирантов, обучающихся по специальности «Математика».
4. Структура и содержание работы соответствуют поставленным целям и задачам исследования. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

На основании изложенного можно заключить, что диссертационная работа «Эволюционные дифференциальные уравнения с нелипшицевыми нелинейностями» отвечает всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по математике, а её автор Зубелевич О.Э. заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 -- «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Автор отзыва: Камынин Виталий Леонидович, доктор физико-математических наук, профессор

Место работы, должность: Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», профессор кафедры высшей математики
Почтовый адрес:115409 г. Москва, Каширское шоссе, д.31
Телефон: (495)788-56-99, доб. 9372
Электронная почта: vlkamynin@mephi.ru

29.03.2016
Доктор физико-математических наук,
профессор В.Л.Камынин

Подпись удостоверяю
Заместитель начальника отдела документационного обеспечния
НИЯУ МИФИ