

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ
на диссертационную работу
Подолько Дмитрия Константиновича
«О классах функций многозначной логики,
замкнутых относительно усиленной операции суперпозиции»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 —
дискретная математика и математическая кибернетика

Диссертация Д. К. Подолько «О классах функций многозначной логики, замкнутых относительно усиленной операции суперпозиции» относится к одному из важнейших разделов дискретной математики и математической кибернетики — теории функциональных систем.

Растущий быстрыми темпами практический интерес к исследованиям в области многозначных логик наталкивается на значительные трудности в их изучении, обусловленные континуальностью семейства замкнутых классов. Вследствие этого особое значение приобретает направление, связанное с исследованием функциональных систем с различными усилениями оператора суперпозиции, позволяющими получить более обозримую структуру классов, замкнутых относительно рассматриваемого оператора замыкания. Следует отметить, что подавляющее большинство ранее приведенных примеров операторов замыкания приводят к конечному множеству замкнутых классов в P_k при всех $k \geq 3$, что говорит об излишней «выразительной силе» рассматриваемых операций. Поэтому представляется важным построение таких функциональных систем (P_k, ψ) , в которых оператор ψ , во-первых, является усилением оператора суперпозиции, дающим более обозримую, но не вырождающуюся в конечную, структуру классов, замкнутых относительно этого оператора, во-вторых, имеет естественную природу (например, «возникает» при решении других задач), в-третьих, позволяет получать качественно новые «эффекты» при изучении свойств семейства классов, замкнутых относительно этого оператора. Именно к такому направлению относится диссертация Д. К. Подолько.

В работе изучаются функции k -значной логики при $k = 2^m$, $m \geq 2$. Каждой функции из P_k от n переменных сопоставляется булева вектор-функция, состоящая из t булевых компонент, каждая из которых зависит от nt переменных. На основе представления функций k -значной логики в виде булевых вектор-функций определен оператор β -замыкания, который является усилением оператора суперпозиции и может быть описан следующим образом — β -замыканием произвольного множества функций A является множество функций k -значной логики, которые можно представить в виде булевой вектор-функции, соответствующей какой-либо функции из A и в которой

вместо булевых аргументов подставлены произвольные функции из булева замыкания множества A (замыкания множества всех булевых компонент всех функций из A).

В работе установлено, что число β -предполных классов не зависит от k и равно шести — тем самым продемонстрирована значительная выразительная сила оператора β -замыкания, так как число предполных замкнутых классов не менее восемнадцати (при $k \geq 3$) и растет сверхэкспоненциально от значности логики.

Далее исследуются структуры семейств β -замкнутых классов функций из множества $P_{k|r}$ (множества функций k -значной логики, которые принимают не более r значений). Показано, что для каждого замкнутого класса B булевых функций семейство β -замкнутых классов функций из $P_{k|2}$ с булевым замыканием B является конечным (и непустым) и описаны все такие классы. Тем самым установлена счетность множества β -замкнутых классов функций k -значной логики, которые принимают не более двух значений. Этот факт также подчеркивает значительную выразительную силу рассматриваемого оператора β -замыкания, ведь в случае суперпозиций число замкнутых классов функций, принимающих только два фиксированных значения, как следует из примера Янова — Мучника, континуально. Однако эта выразительная сила не носит чрезмерный характер — в работе установлено, что семейство всех β -замкнутых классов функций k -значной логики, которые принимают не более трех значений, континуально.

Далее, для каждого замкнутого класса B булевых функций показано, что семейство β -замкнутых классов функций из $P_{k|3}$ с булевым замыканием B может быть либо конечным, либо континуальным, а также найдены условия, при которых это семейство имеет соответствующую мощность. Также установлено, что семейство β -замкнутых классов функций, которые принимают значения из множества $\{a, b, c\}$, может быть конечным, счетным или континуальным и найден критерий, позволяющий определять мощность этого семейства. Аналогично, для каждого замкнутого класса B булевых функций показано, что семейство β -замкнутых классов функций из $P_{k|4}$ с булевым замыканием B может быть либо конечным, либо континуальным, а также найдены условия, при которых это семейство имеет соответствующую мощность. В частности, приведена полная классификация семейств β -замкнутых классов функций из P_4 с фиксированным булевым замыканием по их мощности.

Особо стоит отметить наличие следующего обнаруженного автором эффекта. Для цепочки вложенных друг в друга замкнутых классов булевых функций $[\{x \vee y, 1\}] \subset M \cap O^\infty \subset \dots \subset M \cap O^3 \subset M \cap O^2 \subset O^2 \subset T_1$ (здесь O^μ — замкнутый класс булевых функций, удовлетворяющих условию $\langle 0^\mu \rangle$, $\mu = 2, 3, \dots, \infty$.) семейства β -замкнутых классов функций из $P_{k|4}$ при $k = 2^m$, $m \geq 3$, с соответствующими булевыми замыканиями четырежды

меняют тип мощности: в случае булевых замкнутых классов $\{\{x \vee y, 1\}\}$, $M \cap O^2$ и T_1 соответствующие семейства конечные, а в случае классов $M \cap O^\infty, \dots, M \cap O^3$ и O^2 — континуальные. Кроме того, указаны замкнутые классы B булевых функций, для которых семейства β -замкнутых классов функций из P_k с булевым замыканием B являются конечными при $k = 4$ и континуальными при $k = 2^m$, $m \geq 3$.

Результаты диссертации являются новыми и интересными, они четко сформулированы, оформлены в виде строгих математических доказательств и получены автором самостоятельно. При работе над диссертацией автор проявил себя как сложившийся математик и талантливый исследователь, продемонстрировав при преодолении ряда серьезных трудностей как владение классическими методами и приемами так и умение разрабатывать оригинальные. Полученные результаты являются значительным продвижением в тематике изучения замкнутых классов многозначной логики.

Считаю, что диссертация Д. К. Подолько «О классах функций многозначной логики, замкнутых относительно усиленной операции суперпозиции» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, и Д. К. Подолько заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 (дискретная математика и математическая кибернетика).

Научный руководитель:
профессор
кафедры дискретной математики
Механико-математического ф-та
МГУ имени М. В. Ломоносова,
доктор физико-математических наук

В. В. Кочергин

11 сентября 2014 г.

Подпись В. В. Кочергина удостоверяю.

И.о. декана
Механико-математического ф-та
МГУ имени М. В. Ломоносова,
профессор

В. Н. Чубариков