

ОТЗЫВ

о работе Подолько Дмитрия Константиновича
«О классах функций многозначной логики, замкнутых
относительно усиленной операции суперпозиции»,
представленной в качестве диссертации на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и
математическая кибернетика.

Рассматриваемая работа посвящена одному из основных направлений кибернетики – теории функциональных систем, а именно исследованию классов функций из множества P_k всех функций k -значной логики при $k = 2^m \geq 4$ с операциями суперпозиции, введения несущественной переменной и перестановками двоичных координат в константах и аргументах, представленных двоичными векторами. Систему операций, состоящую из суперпозиции и указанных перестановок, автор называет усиленной суперпозицией, или двоичной S -суперпозицией. Заметим, что при указанной замене любая k -значная функция F от n переменных естественным образом превращается в отображение множества E^{mn} всех булевых векторов длины mn в множество E^m булевых векторов длины m . Это отображение задается подходящей системой m булевых функций f_1, \dots, f_m от mn булевых (двоичных) переменных, которая называется двоичным представлением функции F и обозначается через \hat{F} . При этом булева функция f_i называется i -ой компонентой отображения \hat{F} . Используются также обозначения: $f_i = b_i(F)$, $\{f_1, \dots, f_m\} = b(F)$.

Отображения типа \hat{F} называют также булевыми вектор-функциями.

Для реализации двоичных S -суперпозиций и двоичных представлений функций из P_k , полученных из заданной системы k -значных функций A , автор вводит понятие S -формулы над A и соответствующий оператор замыкания S_0 . Добавляя к оператору S_0 операцию введения несущественной переменной, автор получает оператор S . Для класса функций $A \subseteq P_k$ вводится булево замыкание $B(A)$, как замыкание относительно операций суперпозиции и введения несущественной переменной на множестве булевых функций, являющихся компонентами двоичных представлений функций из A . Если вместо переменных компонент функций из A брать систему $B(A)$, то получим систему функций из P_k , названную автором β -замыканием множества A . Определение операторов S, S_0, β корректно, поскольку они удовлетворяют всем аксиомам оператора

замыкания. Для любого оператора $\mu \in \{S, S_0, \beta\}$ естественным образом определяются понятия μ -замыкания $[A]_\mu$ системы функций $A \subseteq P_k$, μ -замкнутого класса функций, μ -полной системы функций и т.д.

В работе исследуются свойства оператора β и β -замкнутые классы функций k -значной логики при $k = 2^m \geq 4$. Причем исследуются, в основном, двоичные представления функций. В общем случае и различных частных случаях функциональные системы исследовались и исследуются многими отечественными и зарубежными специалистами. Вместе с тем в рассматриваемом в данной работе случае многие вопросы оставались открытыми, несмотря на то, что данный случай является наиболее интересным с точки зрения приложений, поскольку в вычислительных системах используется двоичная (булева) логика. В связи со сказанным тему рассматриваемой работы можно считать весьма актуальной.

Работа состоит из введения и пяти глав. Во введении автор дает достаточно подробный обзор опубликованных до этого работ по теории функциональных систем и приводит и указывает свои результаты.

В главе 1. Доказывается равенство $[A]_\beta = [A]_S$ и континуальность семейства всех S_0 -замкнутых классов функций из класса $P_{k|2}$ всех функций из P_k , принимающих не более двух значений; описываются все β -предполные классы функций, и на этой основе доказывается критерий β -полноты. Оказалось, что в P_k существует ровно шесть β -предполных классов, причем пять из них определяются соответствующими предполными классами алгебры логики и один – состоит из всех функций класса P_k , принимающих не все значения из E_k . По определению класс $K \subseteq P_k$ определяется замкнутым классом булевых функций B , если

$$K = \{F \in P_k : b(F) \subseteq B\}.$$

В главе 2 доказывается, что семейство всех β -замкнутых классов функций из класса $P_{k|2}$, определяемых указанным образом по любому замкнутому классу булевых функций, является конечным и непустым, а семейство всех β -замкнутых классов функций из класса $P_{k|2}$ – счетно. Приведено также полное описание всех β -замкнутых классов функций из класса $P_{k|2}$.

В главе 3 рассматриваются функции класса $P_{k|3}$ всех функций из P_k , принимающих не более трех значений. Устанавливается, что здесь множество β -замкнутых классов, определяемых замкнутым классом булевых функций B , может быть конечным и континуальным в зависимости от B . Множества классов B , определяющих классы функций из $P_{k|3}$ с

конечным или континуальным семейством β -замкнутых классов автор обозначает соответственно в виде $C(k,3)$ и $Q(k,3)$. Приводится полное описание этих множеств и устанавливается, как распределяются по этим множествам β -замкнутые классы функций, принимающих значения из трех фиксированных элементов.

В главе 4 аналогичные вопросы рассмотрены для функций из $P_{k|4}$. Основным результатом здесь является классификация семейств β -замкнутых классов функций из $P_{k|4}$ по их мощности при любом фиксированном V .

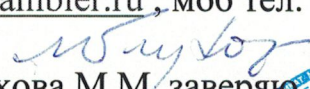
В главе 5 рассматриваются функции из P_k , где $k = 2^m, m > 2$. Указываются некоторые замкнутые классы булевых функций, определяющие функции из P_k с конечным или континуальным семейством β -замкнутых классов в P_k .

В целом, работа содержит большое число новых результатов по актуальной тематике из области управляющих функциональных систем, построенных с использованием функций k -значной логики при $k = 2^m$ и усиленной операции суперпозиции функций. На этой основе с добавлением еще операции введения несущественного переменного определен оператор замыкания β , изучены его свойства и описаны замкнутые относительно него классы функций, принимающих не более двух, трех или четырех значений. Частично эта задача решена и для класса функций, принимающих произвольное число значений.

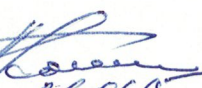
Основные результаты работы снабжены подробными доказательствами и опубликованы в шести печатных изданиях, три из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК. Результаты с достаточной полнотой отражены в автореферате. Работа хорошо оформлена.

Работа удовлетворяет всем основным требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, и ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика.

Официальный оппонент – доктор физико-математических наук, профессор, академик-секретарь отделения Академии криптографии РФ Глухов М.М., адрес академии – Москва, ул. Ярцевская, 30, электронный адрес glukhovmm@rambler.ru, моб тел. 8-9166626506.

Личную подпись проф. Глухова М.М. заверяю  управляющий аппаратом Академии криптографии РФ Тюкин А.А.




26.01.15