Отзыв
о работе Подолько Дмитрия Константиновича
«О классах функций многозначной логики, замкнутых
относительно усиленной операции суперпозиции»,
предствленной в качестве диссертации на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и
математическая кибернетика.

Рассматриваемая работа посвящена одному из основных направлений кибернетики − теории функциональных систем, а именно исследованию классов функций из множества P_k всех функций k-значной логики при $k = 2^m \geq 4$ с операциями суперпозиции, введения несущественной переменной и перестановками двоичных координат в константах и аргументах, представленных двоичными векторами. Систему операций, состоящую из суперпозиции и указанных перестановок, автор называет усиленной суперпозицей, или двоичной S-суперпозицией. Заметим, что при указанной замене любая k-значная функция F от n переменных естественным образом превращается в отображение множества E^{mn} всех булевых векторов длины mn в множество E^m булевых векторов длины m. Это отображение задается подходящей системой m булевых функций $f_1,...,f_m$ от mn булевых (двоичных) переменных, которая называется двоичным представлением функции F и обозначается через $\hat{F}$. При этом булева функция f_i называется i-ой компонентой отображения $\hat{F}$. Используются также обозначения: $f_i = b_i(F), \{f_1,..., f_m\} = b(F)$. Отображения типа $\hat{F}$ зазывают также булевыми вектор-функциями.

Для реализации двоичных S-суперпозиций и двоичных представлений функций из P_k, полученных из заданной системы k-значных функций A, автор вводит понятие S-формулы над A и соответствующий оператор замыкания S_0. Добавляя к оператору S_0 операцию введения несущественной переменной, автор получает оператор S. Для класса функций $A \subseteq P_k$ вводится булево замыкание $B(A)$, как замыкание относительно операций суперпозиции и введения несущественной переменной на множестве булевых функций, являющихся компонентами двоичных представлений функций из A. Если вместо переменных компонент функций из A брать систему $B(A)$, то получим систему функций из P_k, названную автором β-замыканием множества A. Определение операторов S, S_0, β корректно, поскольку они удовлетворяют всем аксиомам оператора замыкания. Для любого оператора $\mu \in \{S, S_0, \beta\}$ естественным образом определяются понятия μ-замыкания $[A]_\mu$ системы функций $A \subseteq P_k$, μ-замкнутого класса функций, μ-полной системы функций и т.д.

В работе исследуются свойства оператора β и β-замкнутые классы функций k-значной логики при $k = 2^m \geq 4$. Причем исследуются, в основном, двоичные представления функций. В общем случае и различных частных случаях функциональные системы исследовались и исследуются многими отечественными и зарубежными специалистами. Вместе с тем в рассматриваемом в данной работе случае многие вопросы оставались открытыми, несмотря на то, что данный случай является наиболее интересным с точки зрения приложений, поскольку в вычислительных системах используется двоичная (булева) логика. В связи со сказанным тему рассматриваемой работы можно считать весьма актуальной.

Работа состоит из введения и пяти глав. Во введении автор дает достаточно подробный обзор опубликованных до этого работ по теории функциональных систем и приводит и указывает свои результаты.

В главе 1. Доказывается равенство $[A]_\beta = [A]_S$ и континуальность семейства всех S_0-замкнутых классов функций из класса $P_{k|2}$ всех функций из P_k, принимающих не более двух значений; описываются все β-предполные классы функций, и на этой основе доказывается критерий β-полноты. Оказалось, что в P_k существует ровно шесть β-предполных классов, причем пять из них определяются соответствующими предполными классами алгебры логики и один $-$ состоит из всех функций класса P_k, принимающих не все значения из E_k. По определению класс $K \subseteq P_k$ определяется замкнутым классом булевых функций B, если

$$K = \{F \in P_k : b(F) \subseteq B\}.$$

В главе 2 доказывается, что семейство всех β-замкнутых классов функций из класса $P_{k|2}$, определяемых указанным образом по любому замкнутому классу булевых функций, является конечным и непустым, а семейство всех β-замкнутых классов функций из класса $P_{k|2}$ $-$ счетно. Приведено также полное описание всех β-замкнутых классов функций из класса $P_{k|2}$.

В главе 3 рассматриваются функции класса $P_{k|3}$ всех функций из P_k, принимающих не более трех значений. Устанавливается, что здесь множество β-замкнутых классов, определяемых замкнутым классом булевых функций B, может быть конечным и континуальным в зависимости от B. Множества классов B, определяющих классы функций из $P_{k|3}$ с конечным или континуальным семейством β-замкнутых классов автор обозначает соответственно в виде $C(k,3)$ и $Q(k,3)$. Приводится полное описание этих множеств и устанавливается, как распределяются по этим множествам β-замкнутые классы функций, принимающих значения из трех фиксированных элементов.

В главе 4 аналогичные вопросы рассмотрены для функций из $P_{k|4}$. Основным результатом здесь является классификация семейств β-замкнутых классов функций из $P_{k|4}$ по их мощности при любом фиксированном B.

В главе 5 рассматриваются функции из P_k, где $k = 2^m, m > 2$. Указываются некоторые замкнутые классы булевых функций, определяющие функции из P_k с конечным или континуальным семейством β-замкнутых классов в P_k.

В целом, работа содержит большое число новых результатов по актуальной тематике из области управляющих функциональных систем, построенных с использованием функций k-значной логики при $k = 2^m$ и усиленной операции суперпозиции функций. На этой основе с добавлением еще операции введения несущественного переменного определен оператор замыкания β, изучены его свойства и описаны замкнутые относительно него классы функций, принимающих не более двух, трех или четырех значений. Частично эта задача решена и для класса функций, принимающих произвольное число значений.

Основные результаты работы снабжены подробными доказательствами и опубликованы в шести печатных изданиях, три из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК. Результаты с достаточной полнотой отражены в автореферате. Работа хорошо оформлена.

Работа удовлетворяет всем основным требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, и ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика.

Официальный оппонент – доктор физико-математических наук, профессор, академик-секретарь отделения Академии криптографии РФ Глухов М.М.,
адрес академии – Москва, ул. Ярцевская, 30, электронный адрес glukhovmm@rambler.ru, моб тел. 8-9166626506.

Личную подпись проф. Глухова М.М. заверяю – управляющий аппаратом Академии криптографии РФ – Тюкин А.А.

26.01.15