Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Санкт-Петербургское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(ПОМИ РАН)

191023 Санкт-Петербург, наб. р.Фонтанки, 27
тел. (812) 312-40-58, факс (812) 310-53-77
e-mail: admin@pdmi.ras.ru

ИНН/КПП 7825351570 / 784101001

22.01.2015 № 11102/33/ 02-2171

На _______ от __________________

«Утверждаю»
Директор Федерального
государственного бюджетного
учреждения науки Санкт-
Петербургского отделения
Математического института
им. В. А. Стеклова Российской
академии наук
чл. –корр. РАН
С.В. Кисляков

Отзыв ведущей организации о диссертации Мусатова Даниила Владимировича

«Комбинаторные методы в теории колмогоровской сложности с ограничением на ресурсы»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертация Д. В. Мусатова относится к теории колмогоровской сложности. Колмогоровская сложность — это один из способов определения количества информации, сложность строки — это размер минимальной программы, которая на пустом входе печатает эту строку. Наиболее интересное понятие — это условная колмогоровская сложность строки a при условии строки b — это размер минимальной программы, которая на входе b печатает строку a. Неформально условная колмогоровская сложность равняется числу битов новой информации, которые содержит строка a, если строка b считается известной. В 2002 году Ан.А. Мучник доказал теорему о кодировании условной колмогоровской сложности, которая утверждает, что для любых двух строк a и b существует строка p длины, равной условной сложности строки a при условии b, такая что условная сложность строки a при условии пары строк (b, p) равняется $O(\log n)$, и условная сложность p при условии a равняется $O(\log n)$, где n — колмогоровская сложность строки a. Строка p содержит почти в точности ту информацию, которая есть в a, но нет в b. Три из четырех основных результатов посвящены различным обобщениям теоремы Мучника.

Первый результат диссертации состоит в альтернативном подходе к доказательству теоремы Мучника. В третьей главе диссертации показывается, что для доказательства теоремы Мучника можно использовать экстракторы вместо экспандеров, которые использовал Мучник в оригинальной статье. С помощью этой техники удается доказать и обобщения теоремы Мучника на два и полиномиальное число условий.

Второй результат диссертации состоит в доказательстве различных вариаций теоремы Мучника для колмогоровской сложности с ограничением на память. Отличие такого варианта колмогоровской сложности состоит в том, что рассматриваются не все программы, а только те, которые используют определенное количество памяти. В работе доказаны два формально несравнимых варианта обобщения теоремы Мучника на вычисления с ограниченной памятью. Эти два варианта доказаны с использованием разных подходов. В первом варианте использовалась явная конструкция экстрактора, именно за счет явности удается обойтись ограниченной памятью. Второй вариант теоремы доказывается методом «наивной» дерандомизации. Этот метод очень интересный, хотя основная идея его простая: допустим у нас есть теорема о существовании некоторого объекта, доказанная вероятностным методом, идея состоит в том, что можно пытаться получить явную конструкцию этого объекта, используя генератор псевдослучайных чисел и разыскивая нужный объект среди зерен для этого генератора. Применение этого метода не прямолинейно и часто требует изобретательности. Обычно «наивная» дерандомизация состоит из двух шагов. Первый шаг — это такая переформулировка доказательства вероятностным методом, чтобы подходящий объект можно было распознать с помощью схемы, которую обманывает генератор псевдослучайных чисел. Второй шаг состоит в том, чтобы показать, что распознать зерно генератора, которое соответствует искомому объекту, можно с использованием небольшого количества памяти.

Третий результат диссертации посвящен доказательству теоремы Мучника для сложности с ограничением по времени для вычислений с помощью протоколов Артура-Мерлина. Доказательство использует конструкцию экстрактора Тревисана.

Четвертый результат диссертации посвящен существованию колмогоровских экстракторов для сложности с ограничениями по памяти. Первые результаты о существовании колмогоровских экстракторов и колмогоровских экстракторов с ограничением по памяти были получены Фортноу и др. в 2005 году, затем в случае неограниченной сложности конструкция была улучшена Зимандом, в шестой главе диссертации приводится вариант конструкции Зиманда в случае сложности с ограниченной памятью. В этом результате также использовался метод «наивной» дерандомизации.

Текст диссертации написан очень аккуратно, все результаты снабжены подробными доказательствами. В работе содержится несколько несущественных опечаток, например:

1. В формулировке теоремы 2.5 в правой части неравенства пропущены ограничения по времени и по памяти.

2. В абзаце перед теоремой 4.4 число подмножеств $\{0,1\}^n$ размера 2^k оценено как 2^{2^k}, на самом деле его следует оценить числом 2^{n2^k}.

Указанные недостатки незначительны и нисколько не снижают общего положительного впечатления о работе.

Результаты работы опубликованы в 7 статьях, 6 из них в изданиях, включенных ВАК Минобрнауки в список изданий, рекомендуемых для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук. Результаты были доложены на международных конференциях и семинарах в ведущих российских и зарубежных исследовательских центрах. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Результаты диссертации являются новыми и представляют собой существенный вклад в теорию колмогоровской сложности. Результаты могут быть использованы специалистами, работающими в ведущих Российских научно-исследовательских центрах: МГУ, ИППИ РАН, МИАН, ПОМИ РАН, ВЦ РАН, ИМ СО РАН, УрФУ, НГУ и других.

Диссертация Д. В. Мусатова удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям, представленным на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор несомненно достоин искомой ученой степени.

Отзыв обсужден на заседании лаборатории математической логики ПОМИ РАН 19.01.2015, протокол N 1.

Заведующий лабораторией
математической логики,
академик РАН — Ю. В. Матиясевич

Секретарь заседания,
ведущий научный сотрудник ПОМИ РАН,
доктор физико-математических наук — Э. А. Гирш

Отзыв подготовил старший научный сотрудник
Федерального государственного бюджетного
учреждения науки Санкт-Петербургского отделения
Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук,
кандидат физико-математических наук
Ицыксон Дмитрий Михайлович,
email: dmitrits@pdmi.ras.ru,
адрес: 191023, Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки 27,
ПОМИ РАН, лаборатория математической логики.