Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу
Даниила Владимировича Мусатова
«Комбинаторные методы в теории
колмогоровской сложности с ограничением на ресурсы»
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Диссертационная работа Д. В. Мусатова «Комбинаторные методы в теории колмогоровской сложности с ограничением на ресурсы» относится к области колмогоровской сложности. Изучение этой области началось в 1960-х годах, и сейчас она является важным разделом теории алгоритмической вычислимости и сложности.

Диссертация Д. В. Мусатова посвящена исследованию колмогоровской сложности при ограничениях на вычислительные ресурсы. Эта, несомненно, интересная и важная область пока мало изучена. Автору работы удалось получить ряд новых результатов в этом направлении и внести существенный вклад в развитие данной области.

В целом, получение результатов о колмогоровской сложности с ограничениями на ресурсы технически сложнее, чем результатов для стандартной колмогоровской сложности – за бо́льшим числом параметров нужно следить и больше технических проблем приходится решать. Соответственно, другая важная сторона диссертации – это используемые в ней методы. С этой точки зрения значительная часть работы сосредоточена вокруг такого комбинаторного объекта как экстракторы. Результаты работы показывают, что применение экстракторов является перспективным подходом к некоторым вопросам колмогоровской сложности. Это также немаловажно для развития этой области.

В первой главе диссертации дается общее введение в тему диссертации, описание работы и основных результатов, фиксируются используемые в работе обозначения.

Во второй главе формулируются основные понятия и факты, используемые в диссертации.

Третья глава посвящена одному из важнейших результатов теории колмогоровской сложности, а именно, теореме Мучника об условном кодировании. Эта теорема и различные ее обобщения являются основной темой большей части работы. Неформально, эта теорема говорит о том, что для всяких слов a и b существует такое описание p слова a при известном слове b, которое, во-первых, оптимально по длине, то есть примерно равно кратчайшему такому описанию, а во-вторых, является простым относительно a, то есть для его восстановления по данному a нужно небольшое количество дополнительной информации. Этот результат был доказан Ан. А. Мучником в 2002 году. В 2006 году А. Шень дал другое доказательство. В работе дается еще одно доказательство. Его главное отличие состоит в использовании другого по сравнению со старыми доказательствами комбинаторного объекта – экстракторов. Собственно, основные преимущества этого нововведения раскрываются в последующих главах. Оказывается, такой подход и его развитие позволяет доказать ряд интересных аналогов теоремы Мучника.

В четвертой главе доказывается один из таких аналогов, а именно, аналог для колмогоровской сложности с ограничением на память. Интересно, что полный аналог этой теоремы получается сочетанием двух совершенно разных подходов. А именно, для случая не менее чем экспоненциальной памяти используется развитие метода из предыдущей главы. Для случая же не более чем экспоненциальной памяти применяется так называемый метод наивной дерандомизации.
В пятой главе доказывается аналог теоремы Мучника для колмогоровской сложности с ограничением по времени. К сожалению, полный аналог в этом направлении доказать не удается, а удается получить теорему только для варианта колмогоровской сложности в модели Артура-Мерлина. Однако и получение уже такого результата оказалось крайне непростым. Данная глава является, пожалуй, самой технически сложной в диссертации. Доказательство потребовало построения весьма сложной конструкции.
Шестая глава посвящена другому вопросу колмогоровской сложности, а именно, построению колмогоровских экстракторов. Существование таких экстракторов для обычной колмогоровской сложности было известно ранее. В диссертационной работе доказано, что такие экстракторы есть также и для колмогоровской сложности с ограничениями по памяти. Для доказательства этого результата также применяется метод наивной дерандомизации.
Текст диссертации написан очень хорошо, доказательства изложены ясно и подробно. Комментарии и незначительные замечания по улучшению изложения, возникшие в процессе чтения, вынесены в приложение к отзыву. Эти замечания никак не снижают ценности работы.
Диссертация является законченным и самостоятельным исследованием, вносящим существенный вклад в область колмогоровской сложности. Тема работы полностью соответствует заявленной специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел. Все результаты являются новыми, автореферат правильно отражает содержание диссертации.
Диссертационная работа Д. В. Мусатова удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а соискатель заслуживает присвоения искомой степени.

28 января 2015 г.

Официальный оппонент,
старший научный сотрудник МИАН,
кандидат физико-математических наук
В. В. Подольский

Подпись заверяю.

Ученый секретарь МИАН,
доктор физико-математических наук
А. Н. Печень

Список замечаний и комментариев

стр. 8 В последнем абзаце неудачна вторая фраза. По ней может сложиться впечатление, что аналогичный результат был получен Зимандом ранее. В действительности, Зиманд доказал существование экстракторов без ограничений на память.
стр. 15 В теореме 2.5 в последнем равенстве в правой части в верхнем индексе колмогоровской сложности нужно добавить параметры s, t.
стр. 18 Первая фраза раздела 2.2 не совсем однозначна. С точки зрения теории сложности вычислений ее естественная интерпретация является открытым вопросом. Стоит уточнить фразу, добавив, например, что речь идет о практических вычислениях.
стр. 22 В теореме 2.19 стоит последнее равенство сделать неравенством $\leq$. С одной стороны, теорема остается верной (и доказательство остается таким же), с другой стороны, вроде бы, в теореме 4.10 требуется именно неравенство.
стр. 23 Внизу страницы вместо ссылки на утверждение 2.17 должна быть ссылка на утверждение 2.18.
стр. 35 В неформальном объяснении идеи доказательства стоит прописать более явно связь между f и a, b, c. В настоящий момент идея рассуждения, представленная в автореферате, изложено хорошо и понятно, а переход к более подробному изложению этой идеи может быть описан лучше.
стр. 43 Внизу страницы роль α стоит уточнить.
стр. 49 В описании первого случая в частности требуется по n и k восстанавливать Ext_k при ограничении на память. Строго говоря, для этого требуется, чтобы экстрактор Ext_k был не просто вычислим на памяти q, но и вычислим "равномерно" по k. Это выполняется для известных явных конструкций экстракторов, так что это не влияет на верность результатов работы, но стоит добавить это в условие теоремы 4.1.
стр. 52 Параграф "Докажем по индукции ...", третье предложение. Вроде бы, это не совсем так, ведь вычисление опасных элементов требует дополнительный запуск Ext. Кажется, что здесь нужно рассуждать немного аккуратнее и отдельно подсчитывать память для запуска Ext. В любом случае, не вызывает сомнений, что доказательство утверждения легко поправить.
стр. 54 В описании алгоритма 4.2, вроде бы, нужно добавить внешний цикл по s, чтобы использованная память не нарушала условие теоремы.
стр. 63 Про теорему 4.10 не ясно, что это итог работы двух предыдущих разделов, а не одного. Желательно сделать это более явным.
стр. 68 Доказательство следствия 4.12. Чтобы воспользоваться следствием 2.22 нужно указать, что фигурирующие в нем экстракторы префиксные. Также ссылка на теорему 4.3 должна быть ссылкой на теорему 4.11. Аналогичное замечание перед следствием 4.12.
стр. 80-82 В неравенстве (5.1) во второй вероятности вместо '$-$' нужно '$=$'. В неравенстве (5.4) потеряна точка в конце. В первой строчке на странице 82 должно быть "меньше" вместо "не больше".
стр. 94 Параграф "Надо отметить, что ...". Не очень ясно, к чему относится этот комментарий и какой из него нужно сделать вывод.
стр. 104 В определении 6.10 нужно уточнить, из какого множества выбираются Q_i.