

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Л. А. Прохоренковой

“СВОЙСТВА СЛУЧАЙНЫХ ВЕБ-ГРАФОВ, ОСНОВАННЫХ
НА ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНОМ ПРИСОЕДИНЕНИИ,”

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.05 —

— теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация Л. А. Прохоренковой посвящена динамично развивающемуся разделу математики — теории случайных графов. Одной из актуальных задач этого раздела является построение и анализ вероятностных моделей графов, описывающих сеть Интернет. В моделях, рассматриваемых в диссертации, Интернет интерпретируется, как веб-граф, вершины которого — сайты, а ориентированные рёбра — ссылки между соответствующими страницами. Развитие Интернета и особенно инструментов информационного поиска делает актуальной и чрезвычайно важной задачу построения вероятностной модели, адекватно интерпретирующей сеть Интернет. Разумеется, со временем меняется актуальность тех или иных свойств сайтов, поэтому появляются новые модели, с точки зрения их авторов являющиеся более актуальными. Поэтому важно рассматривать новые свойства в классических моделях и даже придумывать новые модели сложных сетей.

Вероятностная модель — это последовательность случайных графов G_n ($n \in \mathbb{N}$), имеющих некоторое распределение. Модель сети Интернет должна быть такой, чтобы при $n \rightarrow \infty$ с вероятностью 1 значения этих случайных графов отображали свойства реальных веб-графов — асимптотический степенной закон распределения степеней вершин, малый диаметр (вспомним теорию 6 рукопожатий!) и другие. В конце XX века появляются модели, основанные на идеи, предложенной А. Барабаш и Р. Альберт — *принципе предпочтительного присоединения*. Принцип состоит в том, что в каждом следующем случайном графе последовательности появляется новая вершина, от которой выходят рёбра-ссылки в предыдущие вершины, причем чем больше степень вершины, тем больше вероятность появления ребра к ней.

Первые две главы диссертации Прохоренковой посвящены изучению новых свойств в двух классических моделях, основанных на принципе предпочтительного присоединения. В первой главе рассматривается наиболее классическая модель Боллобаша-Риордана. Одно из главных новых понятий, введенных диссертантом — вторая степень вершины, то есть, количество вершин, находящихся на расстоянии 2 от данной (в случае наличия петель и кратных ребер — с небольшой поправкой). В первой главе доказывается, что распределение вторых степеней вершин, как и распределение обычных степеней, асимптотически подчиняется степенному закону. Этот результат представляется интересным и сам по себе. Кроме того, стоит отметить, что применительно к сети интернет вторые степени являются достаточно интересной характеристикой, показывающей связи между сайтами.

Еще одна важная характеристика графа — диаметр, то есть, наибольшее расстояние между парами вершин. Прохоренкова обобщает это понятие на расстояние между множествами размера r и показывает, что асимптотическое поведение r -диаметра в модели Боллобаша-Риордана подобно асимптотике обычного диаметра.

Во второй главе рассматривается более сложная модель Бакли-Остхуса, в которой добавляется дополнительный вещественный параметр — начальная притягательность каждой вершины. Для этой модели диссертант также доказывает степенной закон распределения вторых степеней, для чего применена значительно более сложная техника. Стоит

отметить, что данная диссертационная работа показывает, что Л. А. Прохоренкова блестяще владеет техникой работы со случайными графами: как вероятностной, так и комбинаторной.

Интернет развивается, и навряд ли классические на настоящий момент модели веб-графов навсегда останутся самыми актуальными. В третьей главе диссертантом предлагается новая модель, основанная на свойстве “устаревания” вершин. Ведь в действительности не всегда сайт, соответствующий наибольшей входящей степени будет наиболее популярным, нужно учитывать, что часть ссылок была актуальна много раньше, а на момент появления очередной вершины в модели уже устарела. В предложенной модели вероятность того, что в данную вершину будет проведено новое ребро, определяется привлекательностью вершины, которая, в свою очередь, может зависеть от входящей степени вершины (текущая популярность), возраста (новые страницы обладают большей привлекательностью) и некоторых других величин. В третьей главе рассматривается класс моделей с различными функциями привлекательности, зависящими от возраста вершины и для этих моделей доказываются результаты о распределении степеней вершин, доли рёбер, соединяющих вершины с большой разницей возрастов, и других величин.

Из недочетов работы отмечу чрезмерную краткость введения, в котором дается лишь краткий и общий обзор проблематики и определяются основные понятия, рассматриваемые в диссертации. На мой взгляд, стоило бы также дать обзор основных результатов диссертации и кратко рассказать о них, например, как это сделано в автореферате. Стоит отметить, что автореферат четко и полно описывает результаты диссертации.

На мой взгляд, Людмила Прохоренкова является сильным самостоятельным исследователем, который может решать поставленные задачи, используя большой арсенал техники, и, что очень важно, не боится ставить новые задачи, рассматривать новые свойства известных объектов и новые классы объектов. Считаю, что представленная диссертация полностью удовлетворяет требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а автор ее безусловно заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика.

Старший научный сотрудник
лаборатории математической логики ПОМИ РАН,
кандидат физико-математических наук

Д. В. Карпов

8 июня 2015 г.

Почтовый адрес: 191023, Санкт-Петербург, наб. Фонтанки д.27
Телефон: +7812 5714392
Адрес электронной почты: dvk0@yandex.ru.

Подпись Д. В. Карпова заверяю.
Ученый секретарь ПОМИ РАН,
доктор физико-математических наук



М. А. Всемиров