ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Прохоренковой Людмилы Александровны «Свойства случайных веб-графов, основанных на предпочтительном присоединении», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация посвящена изучению свойств случайных графов, предназначенных для моделирования сложных сетей коммуникаций. К таким сетям относятся сети телекоммуникаций, в частности сеть Интернет, системы мобильной связи, а также транспортные, электрические, телефонные, социальные и другие сети. В настоящее время изучение сложных сетей является чрезвычайно актуальной задачей, поэтому данное направление исследований представляет основную тенденцию развития современной теории случайных графов. Предложено много различных графовых моделей, адекватно отражающих важнейшие свойства реальных сетей. Центральное место в этих работах занимают так называемые модели предпочтительного присоединения, которые и рассматриваются в диссертации Л.А. Прохоренковой.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении обсуждается актуальность темы и приводится краткий обзор литературы. В первой главе проводится анализ модели Боллобаша-Риордана. Вводится понятие k-й степени вершины графа и доказываются новые результаты об асимптотическом поведении распределения числа вершин заданной k-й степени при стремлении к бесконечности числа вершин графа. Кроме того, вводится понятие r-диаметра графа, обобщающее понятие диаметра, и исследуется его предельное поведение.

Во второй главе рассматривается модель Бакли-Остхуса, обобщающая модель Боллобаша-Риордана и позволяющая рассматривать графы, в которых показатель степенного распределения степеней вершин в пределе может принимать любые положительные значения (превосходящие 2), а не только 3. Это свойство значительно точнее описывает реальные сети. Исследовано предельное поведение распределений вторых степеней вершин, числа вершин второй степени и числа вершин, вторая степень которых превосходит заданное значение.

В третьей главе изучаются новые модели с устареванием, в которых новые вершины «охотнее» присоединяются к более «молодым» вершинам. Это свойство нередко наблюдается в современных сетях, однако до сих пор исследованию таких моделей уделялось недостаточно внимания. В диссертации исследуются два вида функции привлекательности в таких моделях и для них изучены предельное поведение числа вершин заданной степени и доли ребер графа, соединяющих вершины с большой разницей возрастов.

В заключении кратко перечислены полученные результаты и намечены пути дальнейших исследований.

Все результаты являются новыми. Они строго доказаны с использованием современных методов теории вероятностей, комбинаторного анализа и теории графов. Эти доказательства не оставляют сомнений в правильности полученных утверждений. Материал изложен понятным и достаточно грамотным языком. Для достижения поставленных целей автору пришлось провести большую и техническа сложную работу. Украшением диссертации, с моей точки зрения, является предложенный метод исследования модели Бакли Остхуса, сводящий задачи об этой модели к изучению последовательности независимых случайных величин. Можно выделить также интересные методы доказательств, основанные на использовании неравенств Азумы и Талаграна, а также на теории мартингалов.

В целом диссертация оставляет очень хорошее впечатление. Результаты прошли апробацию на многих престижных международных конференциях и опубликованы в журналах высокого уровня. Автореферат правильно отражает содержание работы.

По мере чтения диссертации возникли следующие замечания:

1. Многие результаты относятся к реальным сетям различной природы, в том числе и к сетям, не имеющим прямого отношения к Интернету. Поэтому название диссертации можно считать слишком узким, оно связано только с интерпретацией вершин как веб-страниц, а ребер – как ссылок между страницами.

2. Недостатком введения является отсутствие формулировки цели работы (в автореферате цели указаны).

3. Такие важные характеристики, как степени вершин и диаметр графа и их интерпретации достаточно хорошо изучались и описывались многими

авторами. Практическая полезность осуществленного исследования вторых степеней вершин в диссертации также хорошо объясняется. Кроме того, значительное внимание уделено k-м степеням вершин и r-диаметрам, однако об их полезности с прикладной точки зрения, к сожалению, ничего не сказано.

4. Существенное место в работе занимает изучение так называемой концентрации случайных величин. Хотя из текста и ясно, о чем идет речь, было бы лучше дать и формальное определение этого понятия.

5. Центральное место среди результатов диссертации занимают утверждения о том, что изучаемые случайные величины имеют в асимптотике степенное распределение (например, теоремы 3, 16, 17, 23). На самом деле в этих результатах речь идет о том, что распределения с ростом числа вершин сближаются с распределением, хвост которого является хвостом степенного распределения. Эти утверждения, очевидно, верны, если под случайной величиной, распределенной по степенному закону, понимать то, что она может принимать целые значения k с вероятностями, равными медленно меняющейся функции, деленной на степень k. К сожалению, точного определения степенного распределения в тексте нет. Кроме того, как следует из условий упомянутых теорем, то, что предельное распределение является степенным, доказано не для всех возможных случаев поведения k. И хотя в работе в этом смысле формально все корректно, неплохо было бы дополнить текст соответствующим комментарием.

6. Структура глав 2 и 3 и навигация по их текстам не совсем удачны, что затрудняет чтение. Например, часто используемые при доказательствах вспомогательные утверждения (не всегда оформленные в виде теорем и лемм) доказываются гораздо позже. В частности, в § 2.2.2 сказано, что при доказательстве теоремы (по-видимому, 13, а не 15, как можно подумать) будет использована лемма 15, которая доказывается гораздо позднее, в § 2.4.3. Доказательству же теоремы 13 посвящен § 2.4.2, в котором нет ссылки на лемму 15. Доказательство теоремы 14 слишком краткое и в нем нет ссылок на используемые результаты. В § 3.3.1 сказано, что в следующих двух параграфах будут доказаны теоремы 22 и 23. Однако эти теоремы доказаны в этом же параграфе и вслед за ним идет только один параграф, посвященный другим вопросам. Замечу еще, что на стр. 95 сказано, что рост N следует из утверждения теоремы 22, но это утверждение как раз и доказывается.

7. В разделе 3.2 читателю сообщается чрезвычайно интересная информация о том, что модели с функцией привлекательности, содержащей качество и

фактор устаревания, лучше отражают поведение некоторых частей интернета, чем с функцией привлекательности, в которой участвуют и степени вершин. Это утверждение вносит коррективы в уже сложившееся представление о важности степеней вершин в таких моделях. Поэтому было бы интересно узнать, о каких частях интернета идет речь и в чем конкретно состоит разница между прикладными свойствами таких моделей. К сожалению, об этом ничего (кроме ссылок) не сказано.

Указанные недостатки не снижают ценность работы. Считаю, что диссертация выполнена на высоком теоретическом уровне и представляет собой самостоятельное законченное исследование, в котором содержится решение научной задачи, имеющей важное значение для современной теории случайных графов. Диссертация выполнена в соответствии с п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор, Прохоренкова Людмила Александровна,заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Зав. лабораторией теории вероятностей и компьютерной статистики Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра Российской академии наук, засл. деятель науки Российской Федерации, д.ф.-м. н., профессор

Ю.Л. Павлов.

185910, г. Петрозаводск, ул. Пушкинская, д. 11, тел. +78142781218, e-mail: pavlov@krc.karelia.ru

01.06.2015 г.

Подпись Ю.Л. Павлова заверяю,
Ученый секретарь ИПМИ КарНЦ РАН,
к. т. н

Т.П. Тихомирова