

**Отзыв официального оппонента о диссертации Я.В.Акулова
«О классах булевых функций, выразимых относительно расширенной
суперпозиции»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика**

Диссертация Я.В.Акулова относится к теории функциональных систем. В ней изучаются функциональные связи между некоторыми множествами булевых функций. Трудности с описанием множества всех замкнутых классов функций k -значной логики, обозначившиеся после появления примеров Ю.И. Янова и А.А. Мучника, привели к возникновению направления исследований систем функций k -значной логики ($k \geq 2$), связанному с модификацией определения операции суперпозиции. Усиление оператора суперпозиции — один из возможных способов построения новых классификаций классов функций k -значной логики. Начинать изучение свойств новых операторов суперпозиции удобнее всего со случая булевых функций, так как в этом случае можно сравнить полученную классификацию с известным описанием множества всех замкнутых классов булевых функций, полученным Э.Постом, и оценить выразительную силу нового оператора суперпозиции.

Вместо обычного оператора суперпозиции Я.В.Акулов рассматривает оператор расширенной суперпозиции, отличие которого от обычной суперпозиции состоит в следующем. Зафиксируем множества булевых функций A и F . Формулы над A теперь можно строить, подставляя в качестве элементарных подформул не только символы переменных, но и подформулы вида $f(x_1, \dots, x_n)$, где $f \in F$. На множество F накладывается несколько требований: оно должно содержать все селекторные функции и быть замкнутым относительно операций введения несущественных переменных и переименования переменных (множества, удовлетворяющие этим свойствам, называются инвариантными классами). Множество функций, реализуемых формулами такого вида, называется пополнением A относительно F и обозначается $[A]_F$. Тогда естественным образом встает вопрос описания пополнений A относительно различных инвариантных классов. Важными частными случаями является две следующие задачи. Во-первых, представляет интерес задача описания пополнений A относительно замкнутых классов булевых функций. Сопоставив полученные результаты с решеткой замкнутых классов булевых функций, можно сравнить выразительную силу оператора расширенной суперпозиции. Во-вторых, интересно найти такие инвариантные классы F , пополнение относительно которых позволяет получить некоторый замкнутый класс булевых функций. Эта задача является аналогом задачи о нахождении полных (в некотором классе) систем функций. Решению этих задач и посвящена работа диссертанта.

В главе 1 автор вводит основные определения и обозначения. В частности, определяется операция расширенной суперпозиции и дается соответствующее определение пополнения системы булевых функций относительно произвольного инвариантного класса. Затем автор доказывает простейшие свойства пополнения, которыми он пользуется в следующих главах.

