

Отзыв научного руководителя — доктора физико-математических наук, ведущего научного сотрудника Математического института им. В. А. Стеклова РАН
Иван Алексеевича ДЫННИКОВА —
на диссертацию Максима Вячеславовича ПРАСОЛОВА «Монотонное упрощение зацеплений и лежандровы графы», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Диссертационная работа М.В.Прасолова посвящена вопросам классической теории узлов. Эта область топологии является одной из наиболее бурно развивающихся в последние несколько десятилетий, она неразрывно связана с теорией трех- и четырехмерных многообразий.

Открытие три десятилетия назад В. Джонсом инварианта, который теперь называется многочленом Джонса, инициировало мощный всплеск активности в области алгебраической теории инвариантов узлов и трехмерных многообразий, связанных с квантовыми группами и другими алгебраическими конструкциями, такими как алгебра инвариантов Васильева. К настоящему моменту период бурного развития этой теории закончился, хотя в ней остался ряд нерешенных и, по-видимому, очень трудных вопросов. Основным направлением продолжения этих исследований является построение категорификаций известных алгебраических инвариантов, начало которому положили работы М. Хованова.

Новый всплеск активности в теории узлов в последнее десятилетие связан с развитием идей, пришедших из симплектической топологии и теории функций, и обобщающих конструкцию гомологий Флоера, в работах П. Ожвата и З. Сабо. Это направление также тесно связано с теорией категорификации и гомологиями Хованова.

Несмотря на ряд крупных продвижений в теории узлов, по-прежнему не существует удовлетворительного решения проблемы классификации узлов. С. В. Матвеевым завершен подход к алгоритмической классификации, который дает формальное решение этой задачи в виде теоремы о существовании необходимых алгоритмов. Однако эти алгоритмы невероятно сложны и не могут быть использованы на практике не только из-за огромной вычислительной сложности, но и из-за их громоздкого описания.

Около десяти лет назад мною был предложен простой (по формулировке) алгоритм распознавания тривиального узла, который имеет вид монотонного упрощения. Для представления узла при этом используется комбинаторный объект, называемый прямоугольной или решетчатой диаграммой. Вскоре оказалось, что тот же самый способ представления наилучшим образом подходит для комбинаторного описания инвариантов, построенных Ожватом и Сабо.

Хотя сами прямоугольные диаграммы (в несколько ином виде) появлялись в литературе еще в конце 19 века, до недавнего времени они нигде не использовались. Их замечательные свойства оставались незамеченными, и теперь привлекли к себе большое внимание. Есть основания надеяться, что связанный с ними комбинаторный подход позволит значительно продвинуться в вопросах классификации узлов и зацеплений. Исследование этой комбинаторики и составляет содержание работы М.Прасолова.

Часть представленной работы происходила в рамках нашего совместного исследования, итогом которого явился принципиально важный структурный результат о связи подхода, основанного на монотонном упрощении, и контактной топологии. Фактически вопрос классификации зацеплений с помощью прямоугольных диаграмм сведен к некоторым естественным вопросам о лежандровых зацеплениях. Эти вопросы непросты, но представляются очень перспективными.

Наше исследование состояло из нескольких шагов, ряд которых сделаны диссертантом. В частности, ему принадлежит первоначальная формулировка Ключевой леммы, из которой в дальнейшем совместными усилиями был получен основной результат работы о связи монотонного упрощения с лежандровыми дестабилизациями. Также им найдено несколько важных приложений нашего основного результата, в частности, доказательство обобщенной гипотезы Джонса об инвариантности алгебраического числа пересечений минимальной косы, представляющей данный класс ориентированных зацеплений.

Конструкция шунта, использованная в нашем исследовании, указывает на то, что подход, основанный на прямоугольных диаграммах, должен быть расширен на более общий класс объектов, а именно, на заузленные графы. Одним из результатов диссертационной работы М. Прасолова является развитие формализма прямоугольных диаграмм для обычных заузленных графов, а также для лежандровых заузленных графов.

Результаты диссертации представляют большой интерес, а доказательство гипотезы Джонса и некоторые другие следствия результата о связи монотонного упрощения с лежандровыми дестабилизациями, уже имеют заметный резонанс в кругу специалистов.

Отмечу, что научная деятельность М. Прасолова не ограничивается указанными работами. Он имеет интересные опубликованные результаты, относящиеся к другим темам и не вошедшие в настоящую диссертацию.

Считаю, что диссертация М. Прасолова удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК», а ее автор без сомнения заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Научный руководитель
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
Математического института им. В. А. Стеклова РАН

И.А. Дынников

Подпись И.А. Дынникова заверяю:
Ученый секретарь
Математического института им. В. А. Стеклова РАН



А. Н. Печень

12.01.2015 г.