



«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. проректора по научной работе

ФГБОУ ВПО «ЧелГУ»

доктор физ.-мат. наук, профессор

В.Д. Бучельников

«16» апреля 2015 года

## ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации Загрядского Олега Александровича "Геометрия гамильтоновых систем для многообразий и потенциалов Бертрана", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 - геометрия и топология.

Результаты диссертации естественным образом разбиваются на четыре класса в соответствии с ее делением на главы.

В первой главе даются необходимые определения, описывается история проблемы Бертрана и ее различных модификаций; в частности, подробно описывается решаемая задача.

Вторая глава посвящена обобщению классической теоремы Бертрана на поверхности вращения с индефинитной метрикой. Доказывается, что в достаточно мягких добавочных предположениях семейство таких поверхностей вращения пятимерно, причем оно строится явно. Таким образом, диссертант получил полную классификацию, включающую в себя критерии  $S^1$ -изометричности, окрестностной  $f$ -изометричности и  $S^1$ -подобности поверхностей Бертрана как с римановой, так и псевдоримановой метриками.

Полученные результаты продолжают и развивают исследования диссертанта и его коллег Е.А.Кудрявцевой и Д.А.Федосеева.

В третьей главе диссертации дан положительный ответ на вопрос о реализуемости поверхностей Бертрана в трехмерном пространстве с индефинитной метрикой поверхностями вращения. На этот вопрос дан

положительный ответ, а также критерий Санопрете обобщен на случай римановых и псевдоримановых поверхностей.

Четвертая и самая концептуальная глава диссертации посвящена исследованию поверхностей Бертрана с точки зрения теории гамильтоновых систем, включая построение слоений Лиувилля, отображений моментов, бифуркационных диаграмм.

Хотел бы отметить и незначительные недостатки работы. Изучаемый класс поверхностей Бертрана обладает тем свойством, что поле Киллинга имеет ненулевую длину. Не очень понятно, насколько обосновано это дополнительное предположение, так как существуют такие индефинитные метрики вращения, что квадрат длины поля Киллинга обнуляется или меняет знак.

Замкнутость траекторий динамической системы часто связана с так называемой суперинтегрируемостью этой системы; под этим свойством понимается существование еще одного интеграла движения, в дополнение к интегралу энергии и интегралу, связанному с полем Киллинга. Эту возможную и с моей точки зрения очень интересную связь было бы неплохо изучить в дальнейших работах.

Полученные в диссертации результаты являются новыми, актуальными, и представляют собой существенное достижение в современной дифференциальной геометрии и топологии, которое несомненно будет использоваться в дальнейших исследованиях. Все утверждения строго обоснованы.

Результаты диссертации могут представлять интерес для всех университетов и математических институтов, в которых ведутся исследования по геометрии и топологии. В их числе Московский, Новосибирский, Санкт-Петербургский и Казанский, Челябинский и другие государственные университеты, а также математические институты РАН. Работа содержит хороший материал для изучения на старших курсах математических факультетов университетов. Существенных недостатков в ней нет. Все результаты правильны и своевременно опубликованы в ведущих

научных журналах, а также доложены на Российских и международных конференциях высокого уровня и различных научных семинарах. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Данная диссертационная работа представляет собой математическое исследование, оформленное в виде научно-квалификационной работы на актуальную тему, в которой содержится решения ряда задач, имеющих существенное значение для специальности 01.01.04 - геометрия и топология и смежных областей. На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что представленная диссертация удовлетворяет всем требованиям, которым должны отвечать диссертации, представленные на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Автор диссертации "Геометрия гамильтоновых систем для многообразий и потенциалов Бертрана" Загрядский Олег Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 - геометрия и топология.

Диссертация обсуждена, а отзыв принят на заседании кафедры компьютерной топологии и алгебры математического факультета Челябинского государственного университета, протокол № 7 от 08 апреля 2015 г., голосование единогласное.

Заведующий кафедрой компьютерной топологии и алгебры

член-корреспондент РАН,

доктор физико-математических наук

С.В. Матвеев

Ученый секретарь

Е.В. Шумакова

Подпись *Матвеева С.В.*  
удостоверяю *Ш*  
*Шумакова Е.В.*  
*уч. секретарь*  
*по кафедре*  
*16.04.2015*

