

## ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертацию Загрядского Олега Александровича «Геометрия гамильтоновых систем для многообразий и потенциалов Бертрана», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 (геометрия и топология).**

Диссертация посвящена изучению топологии определенного класса некомпактных динамических гамильтоновых систем, происходящих из обобщения классической задачи Бертрана.

Диссертация О.А. Загрядского состоит из введения и четырех глав.

Во введении описывается история исследования вопроса, отмечены полученные ранее результаты, относящиеся к данной проблематике, содержится формулировка основных результатов диссертации, даётся краткое содержание диссертации по главам.

В первой главе приводятся базовые определения и примеры с подробными комментариями, вводится обобщённое семейство дифференциальных уравнений Бертрана и доказывается техническая теорема, используемая в дальнейшем, описывающая условия, приводящие к решениям с попарно соизмеримыми периодами.

Вторая глава посвящена поверхностям Бертрана с индефинитной метрикой. В ней подробно описываются свойства траекторий при движении под действием центральных замыкающих потенциалов. Основным результатом этой главы является теорема 6, перечисляющая все двумерные многообразия Бертрана без экваторов, допускающие существование центральных замыкающих потенциалов. Проводится классификация описанных поверхностей с точностью до изометрии и преобразования подобия, подробно описывается геометрия всех перечисленных классов поверхностей. В конце главы обобщается результат Козлова В.В. о явной зависимости периода движения от интеграла энергии.

Третья глава посвящена реализуемости поверхностей Бертрана с римановой и псевдоримановой метриками как поверхностей вращения в евклидовом пространстве и пространстве Минковского соответственно. Для поверхностей с индефинитной метрикой построен критерий существования замыкающих потенциалов в натуральных координатах. Также для некоторых из реализуемых поверхностей обобщены законы Кеплера, показана их алгебраичность.

Последняя глава касается гамильтонова аспекта динамической системы Бертрана. В ней автор подробно описывает фазовое пространство гамильтоновой системы Бертрана, устанавливает полноту потоков полей  $\text{sgrad } H$ ,  $\text{sgrad } p_\varphi$ , строит отображение момента. С помощью введенных расширенных бифуркационных диаграмм, автору удастся описать возникающие в этой системе некомпактные перестройки слоёв Лиувилля.

Принципиальных замечаний по содержанию диссертации и её изложению нет. С моей точки зрения, данная работа является важным и содержательным шагом на пути дальнейшего изучения геометрии классических динамических систем, в том числе топологическими методами, ранее применявшимися в работах А.Т. Фоменко, Х. Цишанга, В.В. Козлова, А.В. Болсинова, А.А. Ошемкова, Е.И. Кудрявцевой и других авторов. В частности, в диссертации детально исследован пример семейства гамильтоновых систем с некомпактными слоями и описаны некомпактные перестройки слоев Лиувилля.

Диссертация Загрядского Олега Александровича является полноценным научным

исследованием; все результаты диссертации являются новыми, снабжены строгими математическими доказательствами. Работа имеет теоретический характер. Основное содержание диссертации своевременно опубликовано в открытой рецензируемой печати. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Результаты диссертации могут быть использованы при решении различных задач по геометрии, топологии, теоретической механики. Они могут быть полезны специалистам, работающим в МГУ им. М.В. Ломоносова, МИ РАН им. В.А. Стеклова, СПбГУ, МПГУ, и других математических институтах.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Загрядского Олега Александровича «Геометрия гамильтоновых систем для многообразий и потенциалов Бертрана», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 (геометрия и топология), соответствует требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ к кандидатским диссертациям, а автор диссертации, Загрядский Олег Александрович, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук.

«29» апреля 2015 года

Официальный оппонент,  
кандидат физико-математических наук  
главный инвестиционный менеджер  
ЗАО «ВТБ Капитал Управление Активами»  
Тел. +7 (495) 725-5540 (доб. 66301)

Морозов П.В.

Подпись Морозова П.В. удостоверяю.

Генеральный директор  
ЗАО «ВТБ Капитал Управление Активами»

Плугарь Н.В.