

## ОТЗЫВ НАУЧНОГО КОНСУЛЬТАНТА

о диссертации Локуциевского Льва Вячеславовича  
«**Особые экстремали в задачах с многомерным управлением**»  
представленной на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук по специальности **01.01.02** —  
«дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертация посвящена изучению типичных особенностей фазовых портретов полей оптимальных траекторий задач с многомерным управлением. Основную роль при подобном изучении для обыкновенных дифференциальных уравнений с гладкой правой частью, как показал А. Пуанкаре, играют типичные особенности: положения равновесия; циклы; сепаратрисы и т.д. Однако, Принцип Максимума Понтрягина приводит к дифференциальным уравнениям с разрывной правой частью. Типичные особенности таких систем (отличные от особенностей дифференциальных уравнений с гладкой правой частью) были впервые обнаружены в примере Фуллера (четтеринг-режимы). Типичность этих новых особенностей для задач оптимального управления с разрывной правой частью при одномерном управлении была доказана И. Купкой и М.И. Зеликиным-В.Ф. Борисовым.

Диссертация Л.В. Локуциевского посвящена продолжению этих исследований и обобщению их на случай многомерного управления. В диссертации вводится и изучается новое важное понятие порядка особых экстремалей. Оно, в частности, используется автором при доказательстве теоремы о том, что особые экстремали образуют гамильтонов поток. Помимо очень серьезных теоретических результатов, диссертация замечательна наличием большого числа трудных и важных содержательных примеров полностью решенных автором. Среди них особенно отметим красивую задачу оптимального управления намагниченным волчком Лагранжа с помощью контролируемого внешнего магнитного поля. Л.В. Локуциевский доказывает, что особые экстремали этой задачи образуют вполне интегрируемую Гамильтонову систему и находит ее полное решение. В диссертации получено полное решение задачи о структуре поля оптимальных траекторий с особыми экстремальями первого порядка и с управлением из многогранника. Большое впечатление оставляет открытие новых особенностей сопряжения неособых экстремалей с особыми с помощью обхода за конечное время всюду плотной обмотки Клиффордова тора. Доказательство здесь потребовало привлечение нетривиальных фактов теории Галуа. Эта работа написана совместно с Зеликиным и Киселевым, однако вклад диссертанта здесь очень существенный: он изучил и удачно использовал симметрии задачи, что позволило найти все неподвижные точки оптимального потока в фактор-пространстве. Перечисленного было бы более чем достаточно для присуждения Л.В. Локуциевскому ученой степени доктора физико-математических наук. Однако, жемчужиной данной диссертации является открытие принципиально нового феномена - хаотической динамики синтеза оптимальных траекторий как типичной ситуации в задачах с многомерным управлением. Более того, доказано, что этот феномен является ситуацией общего положения в любой Гамильтоновой системе с разрывной правой частью и с особенностью второго порядка. Надо заметить, что хаотическая динамика решений Гамильтоновых систем на бесконечном интервале времени явление известное. Но в отличие от гладкого случая, в системах с разрывной правой частью хаос возникает уже на конечном интервале времени. Здесь доказательство очень сложное и оно изложено в совместных работах с М.И. Зеликиным и Р. Хильдебрандом. При этом в совместных работах с М.И. Зеликиным и Р. Хильдебрандом лично диссертанту принадлежат:

- 1) Введение понятия флага порядков для задач с многомерным управлением и теорема о сопряжении для многомерного управления (теорема 2.4).
- 2) Доказательство теоремы об оптимальном потоке в модельной нильпотентно-выпуклой задаче оптимального управления (теоремы 3.1 и 3.2).

- 3) Полное исследование модельной задачи с управлением, меняющимся в неправильном треугольнике (теорема 5.1).
- 4) Метод ниспадающей системы обыкновенных дифференциальных уравнений скобок Пуассона и доказательство о типичной структуре интегральных воронок особенностей второго порядка, лежащих на стыке трех областей гладкости правых частей Гамильтоновых систем (теорема 9.2).

Оценивая диссертацию Л.В. Локуциевского в целом, отметим, что она представляет собой законченное научное исследование, выполненное на очень высоком уровне, свидетельствующем о высоком научном потенциале ее автора. В ней решены трудные актуальные задачи теории оптимального управления. Автор несомненно заслуживает присвоения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

#### НАУЧНЫЙ КОНСУЛЬТАНТ

член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук,  
профессор Михаил Ильич Зеликин  
119992, г. Москва, ГСП-2, Ленинские Горы, д. 1, корп Л, кв. 3  
телефон: +7 (495) 9395632  
e-mail: mzelikin@mtu-net.ru

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

Заместитель заведующего кафедрой общих проблем управления  
механико-математического факультета



М. И. Зеликин

14 апреля 2015 г.

Личную подпись проф. Зеликина М.И. заверяю.  
И. о. декана механико-математического факультета МГУ  
профессор



В.Н.Чубариков

14 апреля 2015 г.