

**Отзыв научного руководителя о диссертации**  
**Харитоновна Михаила Игоревича**  
**“Оценки, связанные с теоремой Ширшова о высоте”**  
**представленной на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук по специальности**  
**01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел**

Работа посвящена очень известному и важному вопросу в алгебре, который допускает формулировку в терминах комбинаторики слов. Рассматриваются слова в фиксированном конечном алфавите. Слово называется  $n$ -разбиваемым, если оно представляется в виде произведения  $n$  убывающих (в лексикографическом порядке смысле) подслов. Говорят, что множество слов  $V$  (как правило, бесконечное) имеет высоту  $h$  над множеством слов  $Y$  (как правило, конечным), если каждое слово из  $V$  имеет вид произведения степеней слов из  $Y$  в количестве, не большем  $h$ . Понятие высоты и знаменитая теорема о том, что множество слов, не являющихся  $n$ -разбиваемыми, имеет ограниченную высоту над множеством слов степени ниже  $n$ , принадлежат А. И. Ширшову. В данной работе получены субэкспоненциальные на высоту в условиях теоремы Ширшова и осуществлена попытка к получению полиномиальной оценки. Эта теорема имеет широкие приложения в алгебре и комбинаторике. Например, с ее помощью решаются проблемы “бернсайдовского” типа в алгебре. Она нашла свое место и в доказательстве сенсационного результата А. Р. Кемера о конечной базиремости многообразий ассоциативных алгебр над полями нулевой характеристики (гипотеза Шпехта).

Оценка высоты в работе Ширшова носит рекурсивный характер. Е. И. Зельманов в 1992 году высказал предположение о наличии экспоненциальной оценки. Основной результат данной работы состоит в получении субэкспоненциальной оценки. Показано, что высота  $l$ -порожденной алгебры с тождеством степени  $n$  оценивается как  $C_1 l \cdot n^{C_2 \lg(n)}$ , аналогичная оценка устанавливается для индекса нильпотентности  $l$ -порожденной ниль алгебры степени  $n$ . Тем самым дается ответ на вопрос, поставленный Е.И.Зельмановым в Днестровской тетради в 1993 году:

*Пусть  $F_{2,m}$  – свободное 2-порожденное кольцо с тождеством  $x^m = 0$ . Верно ли, что класс нильпотентности кольца  $F_{2,m}$  растет экспоненциально по  $m$ ?*

Метод доказательства базируется на идее В. Н. Латышева по применению леммы Дилуорса.

В свете попыток получения полиномиальной оценки, даны оценки на количество фрагментов периодов 2, 3. При этом верхние оценки близки к нижним, а получение этих оценок оказалось тесно связанным с проблемами Рамсеевского типа в современной комбинаторике.

Получена близкая к реальности оценка на число полилинейных слов, не являющихся  $n$ -разбиваемыми. Кроме того, автор сделал большую библиографическую работу. По всей видимости, до работ автора специалистам по  $PI$ -теории не было известно о наличии перечис-

ления полилинейных слов, не являющихся  $n$ -разбиваемых. Такое перечисление интересно в свете вопроса В.Н.Латышева о конечности множества обструкций старших полилинейных слов для  $T$ -идеала.

Техника работы со словами, используемая автором, оригинальна и весьма нетривиальна. Данная работа содержит также оценки на вхождение периодических кусков разных типов, что намечает подход к получению полиномиальной оценки. Эта часть намечает связи между проблематиками бернсайдовского и Рамсеевского типа.

Работа докладывалась на ряде весьма представительных Всероссийских и международных конференциях, получила хорошую апробацию.

По моему мнению, диссертация Михаила Игоревича Харитонова “Оценки высоты ассоциативных алгебр с тождествами” является законченной научной работой, тема исследования актуальна, решен открытый вопрос и ряд важных задач, соответствует всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а сам автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

06.04.2015

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,  
ФГАОУ ВПО «Московский физико-технический  
институт (государственный университет)»,  
профессор кафедры дискретной математики

А. Я. Белов

Подпись А. Я. Белова удостоверяю

Декан факультета инноваций и высоких технологий МФТИ,  
кандидат физико-математических наук

В. Е. Кривцов

ФГАОУ ВПО «Московский физико-технический  
институт (государственный университет)»,  
141700, Московская область,  
г. Долгопрудный, Институтский пер. 9,  
web-сайт [www.mipt.ru](http://www.mipt.ru),  
тел. +7 (495) 408-45-54,  
e-mail [info@mipt.ru](mailto:info@mipt.ru).