

Министерство образования и науки
Российской Федерации



Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«Московский государственный
технический университет
имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1
Тел. (499) 263-63-91 Факс (499) 267-48-44
E-mail: bauman@bmstu.ru

№ _____
на № _____ от _____

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор –

проректор по научной работе, проф., д.т.н.

В.Н. Зимин

_____ 2015 г.



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

на диссертационную работу Федосеева Дениса Александровича

«Конфигурационные системы обобщенной задачи Бертрانا и гамильтоновы системы»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.04 – геометрия и топология

Диссертационное исследование Дениса Александровича Федосеева «Конфигурационные системы обобщенной задачи Бертрана и гамильтоновы системы» посвящено одной из красивых классификационных задач геометрии и механики, имеющей глубокие корни. Классическая задача Бертрана состояла в описании всевозможных законов силы притяжения, при которых все траектории движения точек являются замкнутыми при некоторых ограничениях на скорость. Естественными решениями являются ньютонковский (гравитационный) потенциал и гуковский потенциал. Таким образом, «обратная задача» нахождения условий игры, при которых точки движутся по замкнутым траекториям, является задачей описания законов окружающего нас мира при известных экспериментальных данных (например, данных о движениях планет солнечной системы по

замкнутым траекториям). Естественно, что задача Бертрана породила множество аналогов и обобщений как в геометрии, так и в механике. Так, основатели неевклидовой геометрии Н.И. Лобачевский и Я. Больяи рассматривали задачи о нахождении таких потенциалов в гиперболических пространствах, естественны были обобщения задачи на случай положительной кривизны. С появлением теории относительности аналогами и обобщениями этой задачи занимались известные классики, в том числе Шредингер. Обобщения с геометрической точки и топологических точек зрения связаны с задачами исследований замкнутых геодезических на двумерных поверхностях с различными методами, а с механической – с исследованием интегрируемости тех или иных гамильтоновых систем. На каких еще поверхностях (многообразиях) могут иметь место аналогичные эффекты? Имеются ли среди них поверхности вращения? Когда они реализуются в трехмерном пространстве? Как выглядят соответствующие гамильтоновы системы и их инварианты? Эти вопросы исследовались автором.

В последние годы задачами такого рода занимались, в частности, школы А.Т. Фоменко и В.В. Козлова.

Таким образом, тема диссертационного исследования бесспорно актуальна. Центральные результаты диссертации автора состоят в следующем. Имеется несколько различных видов задач Бертрана и связанных с ними потенциалов (замыкающие, локально замыкающие, полулокально замыкающие, сильно замыкающие и т.д.).

Парой Бертрана называют пару, состоящую из многообразия и метрики на нем, при которых выполняется одно из условий замыкания. Особое место в обобщенной теории Бертрана занимает вопрос о конфигурационных многообразиях задачи, обладающих экваторами, т.е. с такой метрикой $ds^2 = dr^2 + f^2(r)d\varphi^2$, что существуют точки $r: f(r)=0$. До недавнего времени задача Бертрана на многообразиях с экваторами не была решена ни в какой общности. При этом, такой вопрос являлся абсолютно естественным в свете известных результатов. Например, еще из результатов Дарбу и Либмана было известно, что полусфера является бертрановским многообразием. Но что можно сказать о сфере целиком? Более того, существование многообразий Таннери (многообразий вращения, все геодезические на которых являются замкнутыми кривыми; многообразия Таннери были полностью классифицированы и обладают экватором) доказывает, что бертрановские многообразия с экваторами существуют.

В диссертации решена обобщенная задача Бертрана - без условия отсутствия экваторов у конфигурационного многообразия - для случая вполне замыкающего и устойчиво замыкающего центрального потенциала. При этом доказано, что у многообразий, допускающих устойчиво замыкающий потенциал экваторов быть не может

(и их классификация совпадает с классификацией бертрановских многообразий без экваторов с, например, сильно замыкающими потенциалами), а в случае вполне замыкающего потенциала экватор может быть лишь один. В последнем случае описаны все вполне бертрановские пары; этому классу, в частности, принадлежат все многообразия Таннери. Исследованы геометрические свойства соответствующих поверхностей вращения. Для натуральных механических систем на многообразиях Бертрана доказана их гамильтоновость, интегрируемость, функциональная независимость интегралов, изучено отображение момента, исследованы бифуркационные диаграммы.

Полученные автором результаты являются новыми, современными и актуальными. В частности, никаких результатов о существовании бертрановских потенциалов на многообразиях вращения с экваторами ранее не существовало. Такого рода задачи возникают в современной космологии и теории относительности.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в центральной печати, многократно доложены на различных геометрических и механических семинарах в МГУ и международных конференциях.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

На основании сказанного выше считаем, что диссертация удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология, а ее автор Федосеев Денис Александрович заслуживает присуждения ему искомой ученой степени.

Отзыв на диссертацию и автореферат обсужден и одобрен на заседании кафедры «Математическое моделирование» 1 июля 2015 г., протокол № 12.

Заведующий кафедрой
«Математическое моделирование»,
член-корр. РАН, д.ф.-м.н.

Крищенко Александр Петрович

Профессор кафедры
«Математическое моделирование»,
д.ф.-м.н.

Мантуров Василий Олегович

Тел. 8 (499) 263-67-50
e-mail: mathmod@bmstu.ru
105005, Москва, 2-ая Бауманская ул., д.5, стр.1