

Отзыв

научного руководителя на диссертационную работу Федосеева Дениса Александровича «Конфигурационные многообразия обобщенной задачи Бертрانا и гамильтоновы системы», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Диссертационная работа Д.А. Федосеева «Конфигурационные многообразия обобщенной задачи Бертрана и гамильтоновы системы» является исследованием в области геометрии и топологии. Предметом исследования является обобщение и уточнение теоремы Дж. Бертрана, полученной Бертраном в конце XIX века и состоящей в описании всех центральных законов сил, обеспечивающих замкнутость всех ограниченных траекторий движения частицы по евклидовой плоскости под действием этой силы. Как установил Бертран, таких законов притяжения на евклидовой плоскости ровно два: закон гравитационного притяжения Ньютона и закон пружинного взаимодействия Гука. Эта задача неоднократно исследовалась разными учеными, среди которых были Дж. Дарбу, Дж. Кенигс, Г. Либман, В. Киллинг, П. Хиггс, В. Перлик, А. Бессе, М. Сантопрете и другие. Теорема Бертрана была обобщена ими в разных направлениях, например для случая движения частицы по конусам, проколотым полусфере и плоскости Лобачевского (Либман), а также по произвольным многообразиям вращения без экваторов (Дарбу, Перлик, Бессе и Сантопрете), при этом накладывались несколько иные условия на замкнутые траектории системы. Многими учеными исследовались геометрические и динамические свойства полученных семейств римановых (и псевдоримановых) многообразий вращения и «замыкающих» потенциалов на них.

В своей диссертации автор, комбинируя методы дифференциальной геометрии, топологии, лагранжевой и гамильтоновой механики, а также теории обыкновенных дифференциальных уравнений, получает классификационные теоремы типа Бертрана для пяти различных типов «замыкающих» центральных потенциалов на произвольных римановых двумерных многообразиях вращения без экваторов (глава 2), а также для двух других типов «замыкающих» потенциалов на всех римановых многообразиях вращения, в том числе с экваторами (глава 3). Также автором изучены важные свойства динамических систем из главы 2: во-первых, реализуемость соответствующих римановых многообразий вращения в виде поверхностей вращения в (глава 4), во-вторых, для соответствующих интегрируемых гамильтоновых систем с двумя степенями свободы построены образ отображения момента, пополненные бифуркационные диаграммы и описано строение слоения Лиувилля фазового пространства (глава 5). Последнее исследование представляет особый интерес, так как показывает, что данные натуральные механические системы на многообразиях Бертрана без экваторов представляют собой простой и наглядный пример

гамильтоновых систем с некомпактными слоями слоения Лиувилля и их перестройками, общая классификационная теория для которых пока не построена.

Диссертация состоит из пяти глав и библиографии.

В первой (вводной) главе описываются структура диссертации, история рассматриваемых вопросов и основные результаты диссертации, приводятся необходимые определения и известные результаты по обобщению теоремы Бертрана.

Во второй главе получено обобщение теоремы Бертрана на все многообразия вращения без экваторов для пяти классов центральных потенциалов: замыкающих, сильно, слабо, локально и полулокально замыкающих потенциалов. Этот результат уточняет классификационные теоремы Дарбу и Перлика (о классах сильно и слабо замыкающих потенциалов) и обобщает их на все пять классов потенциалов. Тем самым получено пять различных обобщений теоремы Бертрана. В частности, показано, что (аналогично теоремам Бертрана, Дарбу, Перлика и Сантопрете) на любом многообразии вращения без экваторов количество потенциалов любого из пяти классов равно 0, 1 или 2 с точностью до аддитивной и положительной мультипликативной констант.

В третьей главе получено обобщение теоремы Бертрана на произвольные многообразия вращения (возможно, с экваторами) для двух других классов центральных потенциалов: вполне замыкающих и устойчиво замыкающих. Получена диаграмма включений между всеми изучаемыми в диссертации классами потенциалов и показано, что лишь три или четыре из этих семи классов в действительности попарно различны.

В четвертой главе исследуются геометрические свойства многообразий Бертрана, а именно, изучено, какие из многообразий Бертрана без экваторов являются поверхностями вращения, т.е. могут быть вложены в трехмерное евклидово пространство эквивариантно относительно действия группы вращений (как глобально, так и локально - в окрестности некоторой параллели).

В пятой главе рассматриваются натуральные механические системы на (максимальных по включению) бертрановых многообразиях без экваторов, полученных во второй главе. Для этих систем показано, что они являются интегрируемыми гамильтоновыми системами (хотя и не всегда интегрируемыми по Лиувиллю, ввиду неполноты потоков) и их первые интегралы функционально независимы. Также изучено отображение момента, в частности описана граница его образа, построены пополненные бифуркационные диаграммы и установлено количество и компактность слоев слоения Лиувилля в прообразе каждой точки образа отображения момента.

Все полученные результаты диссертанта являются новыми, интересными и важными, снабжены доказательствами. Они своевременно опубликованы в центральной печати и доложены на многих семинарах и нескольких конференциях.

Диссертационная работа «Геометрия гамильтоновых систем для многообразий и

потенциалов Бертрана» соответствует пп.9, 10, 11, 13 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемых российским ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Автор диссертации Федосеев Денис Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

К.ф.-м.н., доцент

Кудрявцева Е.А.

30 марта 2015 г.