

## Отзыв

научного руководителя на диссертационную работу Федосеева Дениса Александровича «Конфигурационные многообразия обобщенной задачи Бертрانا и гамильтоновы системы», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности **01.01.04** — геометрия и топология.

Диссертационная работа Д.А. Федосеева «Конфигурационные многообразия обобщенной задачи Бертрана и гамильтоновы системы» является исследованием в области геометрии и топологии. Задача, носящая сейчас название обобщенной задачи Бертрана, была поставлена и решена в конце XIX века и заключалась в поиске центральных законов сил, обеспечивающих замкнутость всех ограниченных траекторий движения точки на плоскости под действием этой силы. Эта задача неоднократно исследовалась различными учеными, среди которых были Г. Дарбу, М. Сантопрете, Г. Либман, В. Перлик и другие, в различных вариациях, например, движение точки на сфере, на плоскости Лобачевского, накладывались несколько иные условия на множество замкнутых траекторий системы. В своей диссертации автор, используя методы дифференциальной геометрии, топологии, лагранжевой и гамильтоновой механики, дает ответ на обобщенную задачу Бертрана на римановых (геометрически конфигурационные многообразия этой задачи существенно отличаются от конфигурационных многообразий задачи Бертрана в псевдоримановом случае) двумерных многообразиях вращения без экваторов для пяти различных типов центральных потенциалов, а также на римановых многообразиях без условия существования экваторов для двух различных типов потенциалов. Кроме того, автором изучаются соответствующие динамические системы как гамильтоновы, строится отображение момента, бифуркационные диаграммы и описывается строение слоения Лиувилля фазового пространства. Последнее исследование особенно интересно, поскольку показывает, что системы на многообразиях Бертрана представляют собой простой и наглядный пример гамильтоновых систем с некомпактными слоями слоения Лиувилля, общая классификационная теория для которых пока не построена.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и библиографии.

Во введении описывается структура диссертации и история рассматриваемых вопросов, описываются основные результаты диссертации. Кроме того, приводятся необходимые определения и классические результаты об обобщенной задаче Бертрана, используемые в диссертации.

В первой главе изучается обобщенная задача Бертрана на многообразиях вращения без экваторов. А именно, в дополнение к возникающим в классических работах Бертрана, Дарбу и Перлика понятиям замыкающего, сильно замыкающего и слабо замыкающего центральных потенциалов вводятся понятия локально и полулокально замыкающих потенциалов, а затем исчерпывающе решается задача классификации пар Бертрана для случая многообразий вращения без экваторов и этих пяти классов центральных потенциалов (тем самым решается пять различных обобщений задачи Бертрана).

Вторая глава посвящена задаче Бертрана на многообразиях вращения без наложения условия на наличие или отсутствие экваторов, ранее не рассматривавшейся. Вводятся понятия вполне замыкающего и устойчиво замыкающего потенциала и решается обобщенная задача Бертрана в случае этих потенциалов на произвольных многообразиях вращения (с экваторами или без них).

В третьей главе исследуются геометрические свойства многообразий Бертрана, а именно, показывается, какие из многообразий Бертрана без экваторов являются поверхностями вращения, т.е. могут быть вложены в трехмерное евклидово пространство с сохранением инвариантности от-

носителем действия группы вращений (как глобально, так и локально, в окрестности некоторой параллели).

В четвертой главе рассматриваются натуральные динамические системы на бертрановских многообразиях без экваторов, полученных в предыдущих главах. Рассматриваются два типа систем: движение в поле осциллятора и движение в поле гравитационного потенциала (гравитационный потенциал изучается только для многообразий, для которых он является бертрановским). Для этих систем показано, что они являются гамильтоновыми системами с набором дополнительных интегралов (хотя и не всегда интегрируемыми по Лиувиллю), показана функциональная независимость интегралов, изучено отображение момента, в частности вычислены границы его образа, исследованы бифуркационные диаграммы и установлено количество и компактность слоев слоя Лиувилля в прообразе каждой точки образа отображения момента.

Все полученные результаты диссертанта являются новыми, интересными, важными. Они своевременно опубликованы в центральной печати и доложены на многих семинарах и нескольких конференциях.

Диссертационная работа «Геометрия гамильтоновых систем для многообразий и потенциалов Бертрана» соответствует п.9, 10, 11, 13 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемых российским ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Автор диссертации Федосеев Денис Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Академик РАН

Фоменко А.Т.

30 марта 2015 г.