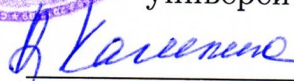




УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор ФГАОУ ВПО
«Волгоградский государственный
университет», профессор

 А.Э.Калинина

" ____ " _____ 2015 г.

ОТЗЫВ

**ведущей организации на работу Евгения
Анатольевича Завальнюка «Геометрия минимальных
сетей в пространствах ограниченной кривизны в
смысле А.Д. Александрова», представленную в
качестве диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.04 – геометрия и топология**

В диссертации решаются две задачи, связанные с классической задачей Штейнера о минимальной сети, затачивающей заданное конечное множество точек на плоскости. Первая задача посвящена исследованию локальной структуры минимальных сетей в пространствах А.Д. Александрова, а вторая задача посвящена вычислению отношения Штейнера для полных односвязных пространств ограниченной кривизны в смысле А.Д.Александрова.

Исследованию геометрических вопросов, связанных с минимальными сетями в различных пространствах, посвящено множество работ. Основные яркие результаты отражены в работах А.О. Иванова, А.А. Тужилина, Д.П. Ильютко, Стрелковой Н.П., Innami N., Naya S., Cieslik D., Kim V. H. и др. Поэтому актуальность тематики диссертации сомнений не вызывает.

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во введении автор вкратце описывает актуальность решаемых задач, приводит результаты других математиков, посвященные проблеме Штейнера, а также приводит основные результаты, полученные в диссертационной работе.

Первая глава посвящена введению основных понятий, обозначений. Здесь же автор доказывает ряд вспомогательных результатов, необходимых в дальнейшем при решении поставленных задач. В частности, показано, что конусы являются пространствами А.Д. Александрова и знак их кривизны зависит от полного угла при вершине этого конуса. Кроме этого, автор вводит понятие отношения Штейнера $sr(X)$ метрического пространства (X, ρ) как точную нижнюю грань отношений длины минимальных сетей Штейнера к длине минимального остовного дерева конечного подмножества $M \subset X$. Причем точная нижняя грань берется по всем таким конечным подмножествам. Для

этого числа известна оценка

$$\frac{1}{2} \leq sr(X) \leq 1.$$

Автор отмечает практическую сложность вычисления величины $sr(X)$, указывая, в частности, что, например гипотеза $sr(\mathbb{R}^2) = \sqrt{3}/2$ до сих пор является открытой.

Во второй главе диссертации изучается локальная структура минимальных сетей в пространствах ограниченной кривизны А.Д. Александрова. Центральным результатом главы является теорема 5. В этой теореме утверждается, что для минимальной сети произвольного конечного множества точек пространства ограниченной кривизны $\leq k$ в смысле А.Д. Александрова угол между двумя ребрами имеющих общую вершину не меньше $2\pi/3$. Доказательство этой теоремы распадается на ряд вспомогательных утверждений о геометрии треугольников на обычной евклидовой сфере и геодезических треугольниках на пространствах А.Д. Александрова ограниченной сверху кривизны.

Третья глава диссертации посвящена вычислению отношения Штейнера $sr(X)$ для двумерных полных односвязных пространств А.Д. Александрова неположительной кривизны (поверхностей Адамара). Основным результатом автора является теорема В, утверждающая, что $sr(X) = 1/2$, где X поверхность Адамара с кривизной $\leq k < 0$. Данный результат обобщает результат Innamì N. и Kim B. H., полученный ими в 2006 году для поверхностей постоянной отрицательной кривизны. Для доказательства этой теоремы автор доказывает ряд вспомогательных утверждений, относящихся к геометрии геодезических линий и треугольников на поверхностях Адамара. Отметим оригинальность предложенной автором схемы доказательства основной теоремы. Автором найден прием доказательства равенства $sr(X) = 1/2$ сначала для гиперболической метрики в модели Пуанкаре, а затем автор переносит этот прием на случай произвольных поверхностей Адамара, используя доказанные им вспомогательные утверждения о сравнении параметров геодезических треугольников.

Отметим ряд замечаний к работе.

1. Следовало бы формулировку теоремы В дать не только во введении работы, но и в основном ее тексте – в главе 3, где изложено ее доказательство.

2. Текст диссертации лучше читался если бы автор использовал не сплошную нумерацию утверждений, определений и замечаний, а с привязкой к нумерации разделов диссертации.

3. В доказательстве предложения 3 раздела 3.1.3 утверждение автора о содержании некоторого отрезка, исходящего из вершины P во внутренности сектора нужно было бы обосновать подробнее.

Тем не менее, отметим, что указанные недостатки не снижают ценности работы, а полученные в ней результаты дают существенное продвижение в изучении минимальных сетей и могут быть рекомендованы для использования в научных разработках, проводимых в Томском, Московском, Казанском, Волгоградском госуниверситетах.

Основные результаты диссертации опубликованы.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.


Таким образом, работа Евгения Анатольевича Завальнюка «Геометрия минимальных сетей в пространствах ограниченной кривизны в смысле А.Д. Александрова» полностью удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.04 – геометрия и топология, а ее автор несомненно заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв утвержден на заседании кафедры математического анализа и теории функций Волгоградского государственного университета 27 августа 2015 г. (протокол N 6).

Зав. кафедрой математического
анализа и теории функций,
д.ф.-м.н. доцент,


А.А.Клячин

Зав. кафедрой компьютерных наук
и экспериментальной математики,
д.ф.-м.н., доцент


В.А.Клячин

Подпись <i>Климова В.А.</i>	
<i>Климова В.А.</i>	заверяю
Ученый секретарь федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Волгоградский государственный университет»	
<i>Лисовская</i>	Н.В. Лисовская
<i>«31» августа</i>	2015

