Отзыв

официального оппонента на диссертацию Василевского Бориса Олеговича «Функция Грина конечнозонного при одной энергии оператора Шредингера на квад-графах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология

В диссертации Василевского Б. О. рассматриваются дискретные двумерные конечнозонные операторы, действующие на квадратной решетке и на четырехугольной решетке более общего вида — квад-графе. В работе рассматриваются вопросы несингулярности данных операторов, выводятся формулы для функций Грина и исследуется асимптотика полученных функций Грина.

Метод обратной задачи рассеяния для уравнения Кортевега — де Фриза (КдФ) с быстроубывающими решениями был сформулирован Гарднером, Грином, Крускалом и Миура. Позднее этот метод был обобщен Захаровым, и Шабатом, Абловицем, Каупом, Ньюэллом, Сигуром на другие одномерные уравнения математической физики.

При построении периодических решений КдФ методом обратной задачи рассеяния Новиковым был введен конечнозонный подход, дающий точные решения для операторов с периодическими и квази-периодическими потенциалами. Далее подход развивался в работах Новикова, Дубровина, Матвеева и Итса, Лакса, Мак-Кина и ван Мербеке и других авторов.

Периодическая задача для уравнения Кадомцева-Петвиашвили была проинтегрирована Кричевером с использованием конечнозонного метода. Говоря о двумерном случае, хотелось бы упомянуть идею фиксирования одного значения энергии. При таком подходе Манакову удалось обобщить пары Лакса на двумерный случай, введя понятие *L, A, B*-троек. Дубровин, Кричевер и Новиков показали, что при одной энергии конечнозонная структура вводится для двумерного стационарного оператора Шредингера. Далее в теории данного оператора возникает вопрос о выделении потенциалов с нулевым магнитным полем и вещественных потенциалов. Такая редукция была получена Веселовым и Новиковым.

Конечнозонный подход нашел применение и в области дискретных интегрируемых систем. С его использованием Кричевер дал решение обратной задачи рассеяния для двумерного дискретного периодического оператора на четырех точках квадратной решетки. Долива, Гриневич, Нишпровски и Сантини провели редукцию этого оператора на четную подрешетку, получив дискретный оператор Шредингера на пяти точках. Одним из условий при этой редукции является существование на спектральной кривой голоморфной инволюции с двумя неподвижными точками. Алгебро-геометрически данная редукция очень похожа на упомянутую выше редукцию Веселова-Новикова.

Первые дискретизации двумерных дифференциальных операторов рассматривались на двумерных решетках. Даффин предложил рассматривать дискретизации на произвольных планарных графах, грани которых являются ромбами. Позже его подход был существенно обобщен Мерка на дискретные римановы поверхности. Теория дискретного комплексного анализа продолжает развиваться в работах Мерка, Кеньона, Суриса, Бобенко и ряда других авторов.

В области уравнений в частных производных функции Грина успешно применяются при исследовании свойств решений как непрерывных уравнений, так и их дискретизаций, и представляют отдельный интерес.

Общий объем диссертационной работы Василевского Б. О. составляет 74 страницы. Она состоит из введения, трех глав и списка цитированной литературы, включающего 50 наименований.

В главе 1 диссертации рассматривается дискретный оператор на пяти точках Доливы, Гриневича, Нишпровски и Сантини. Для его волновой функции доказывается асимптотическая оценка, которая используется для оценки асимптотики функции Грина. Для функции Грина этого оператора предъявляется формула в виде интеграла по специальному пути на спектральной кривой, и доказывается асимптотическая оценка, совпадающая с оценкой волновой функции.

В первой части главы 2 осуществляется переход от квадратной решетки к квад-графу. Описывается способ построения конечнозонного потенциала для дискретного оператора Лапласа из теории дискретного комплексного анализа. Соответствующая этому потенциалу волновая функция оказывается дискретной голоморфной. Во второй части главы 2 обсуждается несингулярность оператора Лапласа, определенная там же как знакопостоянство его потенциала. Дается достаточное условие несингулярности оператора Лапласа, сформулированное в терминах спектральной кривой и квад-графа.

Результаты главы 3 обобщают результаты первой главы. Для волновой функции оператора Лапласа доказывается асимптотическая оценка, используемая для асимптотики функции Грина. Для функции Грина рассматриваемого оператора предъявляется явная формула в виде интеграла по семейству контуров. Построенная функция Грина имеет асимптотическую оценку, совпадающую с оценкой волновой функции.

Доказательства теорем в работе ведутся с применением методов классической теории римановых поверхностей и элементов теории вещественных алгебраических кривых.

В данной диссертации получены важные результаты в теории конечнозонных интегрируемых систем и дискретных интегрируемых систем. Работа имеет теоретический характер и представляет собой законченное математическое исследование, выполненное на высоком математическом уровне. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Результаты диссертации являются новыми, содержат полные доказательства, своевременно опубликованы. Результаты диссертации докладывались на различных научных конференциях и семинарах.

На основании вышеизложенного я считаю, что диссертационная работа Василевского Б. О. «Функция Грина конечнозонного при одной энергии оператора Шредингера на квад-графах», удовлетворяет всем требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а автор диссертации несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология.

Официальный оппонент, д.ф.-м.н.,
ведущий сотрудник Лаборатории динамических систем
Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН А. Е. Миронов

7. 12. 2015

Контактная информация:
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН»
Адрес: 630090, Россия, Новосибирск, пр. акад. Коптюга 4.
Тел: (007-383)-329-76-72 (рабочий)
Факс: (007-383)-3332598
e-mail: mironov@math.nsc.ru

Подпись А. Е. Миронова
удостоверяю
Зав. оргтделом Л. П. Головкина
ИМ СО РАН
«07» 12 2015 г.