

## Отзыв

**официального оппонента на диссертацию Василевского Бориса Олеговича «Функция Грина конечнозонного при одной энергии оператора Шредингера на квад-графах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология**

Диссертационная работа Василевского Б. О. посвящена актуальной теме: исследованию конечнозонных при фиксированной энергии дискретизаций двумерного оператора Шредингера на различных решетках.

Конечнозонный метод был введен Новиковым при интегрировании одномерной периодической задачи КдФ и развивался в работах Новикова, Дубровина, Матвеева и Итса, Лакса, Мак-Кина и ван Мербеке и ряде других работ. Метод был успешно применен Кричевером при построении квазипериодических решений иерархии КП.

Важной идеей в двумерном случае оказалось фиксирование одного уровня энергии при интегрировании обратной задачи рассеяния. С использованием этой идеи у Манакова вводятся  $L, A, B$ -тройки — обобщение пары Лакса для двумерного случая. Дубровин, Кричевер и Новиков проинтегрировали двумерный стационарный оператор Шредингера, конечнозонный при одной энергии.

Отдельный интерес в обратной задаче представляют классы спектральных данных, соответствующие случаю нулевого магнитного поля и случаю вещественного потенциала. Достаточные условия для выделения таких данных были получены Веселовым и Новиковым.

В области интегрируемых дискретизаций двумерного оператора Шредингера на квадратной решетке конечнозонный подход также оказался полезен. Кричевер построил интегрируемую гиперболическую дискретизацию оператора Шредингера на квадратной решетке. В работе Доливы, Гриневича, Нишпровски и Сантини редукцией на четную подрешетку из гиперболической дискретизации была получена эллиптическая дискретизация. В терминах спектральных данных проведенная редукция очень похожа на редукцию к нулевому магнитному полю Веселова и Новикова для непрерывного случая.

Интересное обобщение квадратной решетки было предложено Даффиниом. Он предложил рассматривать квад-графы, то есть плоские графы, ребра которых разбивают плоскость на ромбы. Даффин построил дискретный комплексный анализ на квад-графах. Эти результаты использовались в работах Мерката, Кейона, Суриса, Бобенко и ряда других авторов для дискретизации на квад-графах различных интегрируемых систем.

Диссертация посвящена дискретизации оператора Шредингера на квад-графах и построению соответствующих функций Грина. Работа состоит из введения, трех глав и списка цитированной литературы, включающего 50 наименований. Общий ее объем составляет 74 страницы.

Во введении изложена краткая история вопроса, показана актуальность рассматриваемых задач, обозначены цели работы и ее результаты.

Первая глава диссертации содержит результаты, относящиеся к эллиптической дискретизации на четной подрешетке квадратной решетки. Для волновой функции этого оператора дается асимптотика, сформулированная в терминах мнимых частей квазиимпульсов. Предъявляется семейство функций Грина, зависящее от параметра на спектральной кривой. При фиксированном параметре функция Грина представлена в виде интеграла по специальному контуру и имеет асимптотику волновой функции.

Во второй главе диссертации эллиптический оператор на квадратной решетке обобщается до конечнозонного оператора Лапласа на квад-графе (клеточного разбиения плоскости на четырехугольники) с дополнительным требованием: квад-граф должен быть представлен в виде двумерного подкомплекса  $d$ -мерной целочисленной решетки. Он является двудольным, на его долях вводится стандартного вида оператор Лапласа с конечнозонным потенциалом. Дается определение несингулярного оператора как имеющего знакопостоянный потенциал. Основой результат главы - достаточное условие несингулярности конечнозонного оператора Лапласа. Теорема верна, в частности, и для эллиптического оператора на квадратной решетке.

В третьей, заключительной главе результаты главы первой обобщаются для конечнозонного оператора Лапласа на квад-графе. Для волновой функции дается асимптотика в терминах мнимых частей квазиимпульсов. Предъявляется семейство функций Грина, зависящее от параметра на спектральной кривой. При фиксированном параметре функция Грина представлена в виде интеграла по зависящим от вершины квад-графа контурам на спектральной кривой и имеет асимптотику волновой функции.

Перечислим основные результаты диссертации:

1. Найдено семейство функций Грина конечнозонной эллиптической дискретизации двумерного оператора Шредингера в виде контурного интеграла по спектральной кривой и имеющего асимптотику волновой функции.
2. Сформулированы достаточные условия несингулярности конечнозонного оператора Лапласа на квад-графе.
3. Получена асимптотическая оценка волновой функции конечнозонного оператора Лапласа на квад-графе.
4. Найдено семейство функций Грина конечнозонного оператора Лапласа на квад-графе в виде контурных интегралов по спектральной кривой, имеющих асимптотику волновой функции.

В своем исследовании автор использовал разнообразные методы от теории римановых поверхностей и вещественных алгебраических кривых до методов конечнозонного интегрирования и дискретного комплексного анализа.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация Василевского Бориса Олеговича является полноценным научным исследованием, в ней получены важные результаты в теории конечнозонных интегрируемых систем

и дискретных интегрируемых систем. Работа имеет теоретический характер. Все результаты диссертации являются новыми, снабжены строгими математическими доказательствами. Основное содержание диссертации опубликовано в 3 работах автора в журналах, входящих в перечень ВАК. Результаты диссертации докладывались на различных научных конференциях и семинарах. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа Василевского Бориса Олеговича «Функция Грина конечнозонного при одной энергии оператора Шредингера на квад-графах», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 (геометрия и топология), соответствует требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ к кандидатским диссертациям, а автор диссертации заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент,  
д.ф.-м.н., профессор факультета математики  
НИУ «Высшая школа экономики»

С. М. Натанзон

**Контактная информация:**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «НИУ «Высшая школа экономики»

Адрес: 450008, Россия, г. Москва, ул. Вавилова, 7, комната 1007.

Тел.: +7 (495) 772-95-90 \*44193;

e-mail: [natanzons@mail.ru](mailto:natanzons@mail.ru)