

ОТЗЫВ
научного руководителя
о диссертационной работе
Иванова Михаила Юрьевича
“Максимизация ожидаемой полезности
в экспоненциальной модели Леви”,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика.

Задача максимизации полезности экономическим агентом, действующим на финансовом рынке, является одной из основных задач финансовой математики. В диссертации М. Ю. Иванова эта задача решается для трех наиболее “простых” функций полезности — логарифмической, степенной и экспоненциальной. Кроме того, рассматривается (одномерная) экспоненциальная модель Леви, проще которой, пожалуй, лишь модель Блэка–Шоулса (являющаяся ее частным случаем) и биномиальная модель Кокса–Росса–Рубинштейна. Тем не менее, ни одна из этих задач не была решена полностью. В работе Я. Каллсена (2000) эти задачи были решены для тех моделей Леви, для которых некоторая выпуклая функция (выражающаяся через триплеты Леви–Хинчина) достигает минимума во внутренней точке своей эффективной области; иначе говоря, если ее производная имеет корень. Однако, вполне возможны ситуации, когда инфимум достигается на границе эффективной области, причем в предположении отсутствия арбитража в модели. Поэтому актуальность темы диссертации не вызывает сомнений.

Диссертация состоит из введения (включающего обзор работ по теме исследований и краткое изложение результатов диссертации), четырех глав и списка литературы.

Первая глава носит вспомогательный характер и содержит сводку результатов из теории семимартингалов и теории арбитража, используемых в диссертации, а также общую постановку задачи максимизации полезности.

В главе 2 решается задача максимизации логарифмической полезности или, точнее, задача нахождения так называемого эталонного портфе-

ля (хорошо известно, что максимум логарифмической полезности, если достигается и конечен, то достигается именно на эталонном портфеле; но эталонный портфель может существовать, тогда как логарифмическая полезность быть бесконечной). В свою очередь, существование эталонного портфеля тесно связано с условиями отсутствия арбитража, а именно, эквивалентно так называемому условию NUPBR — отсутствия неограниченной прибыли при ограниченном риске. Основным результатом главы, теорема 2.1, характеризует в терминах триплета Леви–Хинчина три возможные ситуации, когда эталонный портфель является процессом плотности эквивалентной мартингальной меры, процессом плотности эквивалентной, но не мартингальной меры, и супермартингалом, но не мартингалом. Этот результат оказался неожиданным даже для специалистов и существенен для понимания математических законов теории арбитража.

В главе 3 решается задача максимизации степенной полезности, причем неожиданным приемом — сведением к задаче главы 2 путем замены меры. Специалистам было известно, что из общих теорем теории арбитража следует, что капитал оптимальной стратегии в задаче максимизации полезности является эталонным портфелем относительно некоторой эквивалентной меры, но явным образом построить эту меру удалось впервые, причем для всех без исключения экспоненциальных моделей Леви с конечной степенной полезностью.

В главе 4 решается задача максимизации экспоненциальной полезности. Принципиальное отличие этого случая от рассмотренных в главах 2 и 3 заключается в конечности функции полезности на всей прямой. Здесь нет естественного ограничения, исключающего слишком рискованные стратегии, поэтому ответ еще зависит от выбора класса допустимых стратегий. В теореме 4.2 удалось найти условия на класс стратегий, в котором задача имеет решение (по единой схеме) для всех рассматриваемых моделей, не допускающих арбитраж

Результаты диссертации опубликованы в семи работах, 2 из которых — в журналах, рекомендуемых ВАК. Результаты докладывались на научных семинарах и международных конференциях, в том числе, с участием ведущих специалистов в области финансовой математики. Работа выполнена на современном математическом уровне строгости. В процессе работы М. Ю. Иванов продемонстрировал умение находить новые мате-

математические закономерности и решать возникающие задачи.

Таким образом, диссертационная работа М. Ю. Иванова “Максимизация ожидаемой полезности в экспоненциальной модели Леви” соответствует требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Иванов Михаил Юрьевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика.

4 сентября 2015 г.

Ведущий научный сотрудник
отдела теории вероятностей и математической статистики
Математического института им. В. А. Стеклова РАН,
доктор физико-математических наук
Тел. +7 (495) 984 81 41, доб. 37-73
E-mail: gushchin@mi.ras.ru

А. А. Гуцин

ФГБУН Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел. +7 (495) 984 81 41
Факс: +7 (495) 984 81 39
Сайт: www.mi.ras.ru
E-mail: steklov@mi.ras.ru

*Подпись А.А. Гуцина заверяю.
Зам. директора МИАН
по науч. работе*

