

## ОТЗЫВ

на диссертацию Иванова Михаила Юрьевича "Максимизация ожидаемой полезности в экспоненциальной модели Леви", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 "Теория вероятностей и математическая статистика"

В диссертационной работе рассматривается задача максимизации ожидаемой терминальной полезности, определяемой вогнутыми функциями и стохастическими процессами, описывающими динамику портфеля инвестора на финансовых рынках. С точки зрения теории случайных процессов, изучаются свойства специальных функционалов процессов Леви. Из последних публикаций по данной тематике необходимо отметить работы Я. Каллсена (2000), Ф. Эше и М. Швайцера (2005), а также М. Жанблан, С. Клоппеля и Я. Мияхары (2007). Кроме того, задачи, близкие к обсуждаемым в диссертационной работе, рассматривались в статьях Д. Крамкова и У. Шахермайера (2003), С. Бьяджини и М. Фрителли (2005), А. Гущина (2010), К. Такаоки и М. Швайцера (2014). Ссылки на все эти публикации присутствуют в диссертационной работе.

В главе 1 приведены необходимые сведения из стохастического анализа, а также из теории арбитража (в качестве инвестиционных в работе обсуждаются только безарбитражные стратегии). Кроме того, в главе 1 ставятся собственно основная задача диссертационной работы, состоящая в поиске решения задачи максимизации ожидаемой полезности  $u(x) = \sup_{X \in \mathcal{X}(x)} EU(X_T)$ , где  $x$  – начальный капитал портфеля,  $\mathcal{X}(x)$  – множество допустимых портфелей и  $U$  – вогнутая функция полезности, а также двойственная к ней. Двойственная задача, основанная на преобразовании Лежандра функции полезности, обычно используется в методологиях решения основной. В главе вводится определение (определение 1.3) эталонного портфеля, ключевое для результатов главы 2.

В главе 2 рассматривается случай логарифмической функции полезности  $U(x) = \log x$ . Доказывается, что в данном случае эталонный портфель является log-оптимальным (т.е. решением задачи). В утверждении 2.1 найден эталонный портфель в явном виде как решение уравнения для функции  $F(y)$ , заданной в (2.4) и определяемой на основе триплета предсказуемых характеристик процесса Леви. Решение задачи основано на детальном рассмотрении различных типов меры Леви с учетом их свойств и использовании общих методов стохастического анализа семимартингалов. Приведены примеры нахождения эталонного портфеля.

В главе 3 обсуждается степенная функция полезности  $U(x) = x^p/p$ ,  $p < 1$ ,  $p \neq 0$ . Доказано, что в данном случае оптимальный портфель является эталонным по некоторой другой вероятностной мере. Найден явный вид этой меры (в доказательстве теоремы 3.1, с. 61–62). По сравнению с главой 2, на меру Леви здесь накладывается дополнительное условие  $\int_{x>1} x^p d\nu < \infty$ . Константа, определяющая искомую меру, находится из уравнения для функции  $F_p(y)$ , заданной в (3.11). Приведен пример нахождения этой константы. В конце главы приведено сравнение решений задачи для логарифмической и степенной полезности на основе тождества  $F(y) = F_0(y)$ .

В главе 4 рассматривается функция  $U(x) = 1 - \exp(-x)$ . Доказано, что при отсутствии ограничений на множество допустимых стратегий решение задачи  $u(x) < 1$ , если процесс Леви является составным пуассоновским с конечным числом скачков, и  $u(x) = 1$  во всех остальных случаях (теорема 4.1). В случае, когда множество  $\mathcal{X}(x)$  состоит из экспоненциально-специальных семимартингалов и количество единиц рискованного актива является ограниченным процессом, решение задачи (оптимальный портфель) полностью определяется результатом теоремы 4.2. В части 4.4 приведен сравнительный анализ результатов глав 2, 3 и 4.

Как уже было отмечено вначале, работы по тематике диссертации можно разделить на две группы. В работах первой из них (авторы Я. Каллсен, Ф. Эше, М. Швайцер, М. Жанблан, С. Клоппель, Я. Мияхара 2000–2007) задача оптимизации ожидаемой полезности решалась для конкретных процессов Леви с наложением многочисленных условий на тип процесса. В статьях второй (авторы Д. Крамков, У. Шахермайер, С. Бьяджини, М. Фрителли, А. Гущина, К. Такаока, М. Швайцер 2003–2014) развивалась теория решения подобных задач в общих семимартингальных моделях. По моему мнению, автору рецензируемой диссертации удалось получить новые результаты именно на стыке двух упомянутых групп публикаций. Общие семимартингальные методы были использованы для процессов Леви, использовались методы теории функций, в силу чего и были найдены в явном виде оптимальные портфели в моделях, определяемых процессами Леви общего вида.

К недостаткам диссертации следует отнести, с моей точки зрения, некоторую непоследовательность изложения в главах 2 и 3. Основной результат главы 2, утверждение 2.1, отнесено после доказательства вспомогательной теоремы 2.1. Явный вид оптимального портфеля также не вынесен в начало главы 3. Вместе с тем, все сформулированные результаты получены, верны, являются новыми и указанный недостаток несколько не снижает научной ценности диссертационной работы.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 3 научных изданиях, 2 из которых входят в список ВАК. Сделаны 2 доклада на международных конференциях. Автореферат должным образом отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертационная работа Иванова М. Ю. "Максимизация ожидаемой полезности в экспоненциальной модели Леви" является научно-квалифицированной работой, полностью удовлетворяющей критериям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности ВАК 01.01.05 "Теория вероятностей и математическая статистика", а ее автор, Иванов Михаил Юрьевич, заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент  
кандидат физико-математических наук  
старший научный сотрудник лаборатории №38  
ФГБУН Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН  
Иванов Роман Валерьевич

*Иванов*

Адрес: лаб. 38, ИПУ РАН, Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, Иванову Р. В. Телефон: +79161681996 e-mail: roivanov@yahoo.com



*Иванов Р.В.*  
*19.11.2015*