«У Т В Е Р Ж Д А Ю»
Проректор ФГБОУ ВПО
«Владимирский государственный
университет
имени Александра Григорьевича
и Николая Григорьевича Столетовых»,
доктор физико-математических наук,
профессор

____

Прокошев Валерий Григорьевич
«27» октября 2015 г.

О Т З Ы В

на диссертационную работу Чечкиной Александры Григорьевны
«О сингулярных возмущениях спектральной задачи Стеклова»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Часто дифференциальные операторы удобно рассматривать как возмущения некоторых модельных операторов. Спектральные свойства дифференциальных операторов с возмущениями привлекают внимание многих математиков. Это связано с тем, что подобные вопросы возникают во многих приложениях в самых различных областях естествознания. Поэтому для исследования спектральных свойств весьма полезно привлекать методы асимптотического анализа и теории усреднения и сочетать их с аппаратом спектральной теории дифференциальных операторов в гильбертовых пространствах. Представленная диссертационная работа посвящена применению такого подхода.

В работе две главы, в первой из которых рассматривается периодическое (локально периодическое) возмущение, а во второй – непериодическое. Для каждого из этих случаев изучается структура спектра возмущённого оператора, а также сходимость собственных значений и собственных функций возмущённого оператора к соответствующим собственным значениям и собственным функциям предельного (усреднённого) оператора. Остановимся кратко на результатах каждой из глав.

В первой главе ставится спектральная задача с быстро меняющимися краевыми условиями Стеклова на всей границе области в предположении, что данное условие Стеклова чередуется с однородным условием Дирихле периодически (локально периодически). В этом случае удалось дать полную классификацию предельных (усреднённых) задач в зависимости от соотношения длин участков, где выставлены условия Стеклова и Дирихле. Доказано, что предельными задачами могут быть как классическая задача Стеклова и однородная задача Дирихле, так и задача Стеклова со смещённым спектром.

Во второй главе рассматриваются непериодические возмущения. В начале выделяется случай предельной задачи Стеклова. Доказывается, что этот случай имеет место в случае, когда длина участков с условием Дирихле имеет порядок $O(\varepsilon)$, а расстояние между ними имеет порядок $O(|\ln\varepsilon|^{\vartheta})$, где $0 < \vartheta < 1$. Вторая часть этой главы посвящена изучению асимптотики собственных значений и собственных функций в случае вырождения предельной задачи, когда в усредненной задаче отсутствует спектральный параметр. Доказывается, в частности, что первое (минимальное) собственное значение стремится к бесконечности при $\varepsilon \to 0$ (теорема 2.2.2).

В диссертации получены новые научные результаты, многие из которых носят окончательный характер. Диссертация представляет собой законченное исследование, все результаты являются интересными. Они строго доказаны и четко изложены.

Представленная диссертация является законченной научно-квалификационной работой, содержащей решения задач, имеющих существенное значение для спектральной теории операторов и теории дифференциальных уравнений. По результатам диссертации опубликовано 6 статей в центральной российской и международной печати, из которых 3 опубликованы в журналах из списка ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

В диссертации имеется некоторое количество грамматических ошибок и опечаток. Сделаем ряд замечаний:

1. стр. 12. В определении пространства $H^1(\Omega, \Gamma_D^\varepsilon)$ стоило написать «по норме пространства $W^{1,2}(\Omega)$», а не $H^1(\Omega)$.
2. стр. 14. Написано, что краевое условие на $\Sigma\backslash\Gamma^\varepsilon$ выполнено в обобщённом смысле. При этом не уточняется, в каком. Видимо, лучше было написать как в лемме 1.1.1.
3. стр. 71. Из текста остаётся не ясным, что означает «длина порядка ε» или «расстояние порядка $|\ln\varepsilon|^\vartheta, \vartheta \in (0,1)$». Нужно было уточнить, что под этим понимаются двухсторонние оценки, как, например, это сделано на стр. 89, а не только оценки сверху.

Вместе с тем, указанные замечания не влияют на общую высокую оценку диссертации.

Представленная работа соответствует всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям и соответствует специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ. Ее автор – Чечкина Александра Григорьевна – несомненно, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв составлен профессором кафедры математического анализа Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых (ВлГУ) Алхутовым Юрием Александровичем

Отзыв обсуждён и утверждён на заседании кафедры математического анализа Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых от 23 сентября 2015 г., протокол № 1. Присутствовало 13 человек, проголосовал «за» – 13.

Профессор кафедры
математического анализа ВлГУ
д.ф.-м.н., профессор Алхутов Ю.А.

П ПИСЬ ЗАВЕРЯЮ
У СЕКРЕТАРЬ ВлГУ
С НОВА Т.Г.