

О Т З Ы В

научного руководителя на диссертацию

Чечкиной Александры Григорьевны на тему

"О сингулярных возмущениях спектральной задачи Стеклова"

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.01 – «Вещественный, комплексный и

функциональный анализ».

Диссертация Чечкиной А.Г. посвящена актуальной теме: задачам со спектральным параметром в граничных условиях, так называемым, задачам типа Стеклова. В ней изучаются вопросы асимптотического поведения спектра в сингулярно возмущённых задачах типа Стеклова в областях с нетривиальной микроструктурой. Задачи с быстро меняющимся типом граничных условий появляются во многих приложениях. Описываемые ими модели характерны для современного материаловедения (сотовые конструкции, композиционные материалы), теории наноструктур, современной радиофизики (фазированные антенные решётки, резонаторы типа Гельмгольца), биохимии и биоинженерии (метаболизм в клетках и тканях, проницаемость клеточных мембран). Интерес к таким задачам также обусловлен их приложениями в таких областях, как экономное закрепление панелей на жёстком каркасе, вопросы нефтеразработки и исследования запасов нефти, производство фотоматериалов и магнитных носителей, исследование физико-химических свойств коллоидных растворов и т.п.

В данной диссертационной работе рассматривается как локально периодическое, так и непериодическое чередование граничных условий. В локально периодическом случае удалось дать полную классификацию возникающих усреднённых задач. Если условие Дирихле появляется на границе очень часто, предельное краевое условие наследует именно его (при таком предельном переходе собственные значения стремятся к бесконечности). При редком появлении условия Дирихле в пределе

«побеждает» условие Стеклова. В промежуточном же случае возникает условие типа Стеклова со сдвинутым спектром. В общем непериодическом случае такой классификации привести нельзя, поскольку отсутствует регулярность структуры. Для такой ситуации разобраны крайние случаи (вырождения спектра и предельного классического условия Стеклова).

Диссертация занимает 121 страницу и состоит из введения, двух глав, разбитых на 7 параграфов и списка литературы, включающего 139 наименований.

Первая глава посвящена изучению сингулярно возмущённой спектральной задачи типа Стеклова в двумерной ограниченной области, причём чередование на границе спектрального условия типа Стеклова и однородного условия Дирихле является локально периодическим. В первом параграфе определяется область, в которой ставится краевая задача, выписывается усреднённая (предельная) задача. Определяется ячейка периодичности, и ставится вспомогательная спектральная задача на ячейке. А также доказываются вспомогательные леммы, и делаются предварительные замечания. Во втором параграфе доказаны важные утверждения первой главы: теоремы о сходимости решений и об оценках решений в Соболевских нормах. В третьем параграфе рассматривается задача с правой частью, не удовлетворяющей условию разрешимости предельной задачи. При этом выписывается асимптотика решения исходной задачи в этом случае. В четвёртом параграфе даётся оценка вспомогательной величины, описывающей граничные условия усреднённых задач. В пятом параграфе рассматривается задача на собственные значения. Доказывается основная теорема данной главы о сходимости спектров и собственных функций.

Вторая глава посвящена изучению непериодического случая. Рассматривается аналогичная спектральная задача в области с непериодической микроструктурой на границе. Доказываются теоремы усреднения для собственных значений и собственных функций. В первом

параграфе второй главы рассматривается задача с быстрой сменой краевого условия, для которой в пределе получается задача с классическим условием Стеклова на всей границе. Во втором параграфе второй главы рассматривается случай, когда спектр исходной задачи вырождается в пределе.

В целом, диссертационная работа Чечкиной А.Г. представляет собой завершённое научное исследование, отвечающее всем основным требованиям, предъявляемым Высшей аттестационной комиссией. В диссертации получены важные научные результаты, многие из них имеют окончательный характер. Диссертация написана на высоком научном уровне. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Это позволяет рекомендовать диссертационную работу Чечкиной А.Г. на тему **"О сингулярных возмущениях спектральной задачи Стеклова"** к защите в диссертационном совете. Несомненно, её автор заслуживает присуждения искомой учёной степени.

академик РАН,
д. ф.-м. н., профессор



" 1 " июня 2015 года

Садовничий
Виктор Антонович