

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ
им. А.Ю. ИШЛИНСКОГО
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИПМех РАН)**

пр. Вернадского, д.101, к.1, г. Москва, 119526
Тел. (495) 434-00-17 Факс 8-499-739-95-31
ОКПО 02699323, ОГРН 1037739426735
ИНН/КПП 7729138338/772901001

25.11.2015 № 11504/01-2141.1-402

На № _____

«Утверждаю»

Директор Института проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН,
чл.-кор. РАН С.Т. Суржиков

« _____ » _____ 2015 г.



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского
Российской Академии Наук

на диссертационную работу Подольского Александра Вадимовича

«Усреднение задач для r -Лапласиана в перфорированной области с нелинейным краевым условием третьего типа», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационное исследование Подольского Александра Вадимовича «Усреднение задач для r -Лапласиана в перфорированной области с нелинейным краевым условием третьего типа» посвящено изучению асимптотического поведения (при стремлении к нулю диаметров отверстий) решения задач для уравнения с r -Лапласианом в периодически перфорированной области с нелинейным краевым условием третьего рода, заданным на границе перфораций. Данное краевое условие содержит параметр, зависящий от диаметра отверстий перфораций, который может стремиться к бесконечности при стремлении к нулю размеров отверстий. Стоит отметить и тот факт, что отверстия перфорации предполагаются диффеоморфными замкнутому шару.

Подобного рода задачи возникают при изучении нелинейной диффузии веществ в пористых средах в предположении, что на границе пор происходит нелинейная адсорбция. Также дифференциальные уравнения с оператором r -Лапласа появляются при исследовании различных физических задач, они возникают, например, в климатологии, в гляциологии, в теории неньютоновских жидкостей, в теории ползучести.

Усреднению краевых задач в перфорированных областях с третьим нелинейным краевым условием, заданным на границе полостей, посвящено множество работ. Подобного рода задачи исследовались в работах В.И. Сукретного, С.Е. Пастуховой. Краевые условия третьего рода, содержащие параметр, рассматривались в работах О.А. Олейник, Т.А. Шапошниковой, Г.А.

Иосифьяна, Т.А. Мельника, М.В. Гончаренко, О.А. Сивак, А.Л. Пятницкого. Наиболее близкими к диссертации Подольского А.В. являются работы Т.А. Шапошниковой, В. Егера, М. Нойс-Раду, Е. Перес, М.Н. Зубовой, в которых рассматриваются задачи для уравнений с оператором Лапласа в перфорированных областях с аналогичной «геометрией» полостей. Диссертация обобщает результаты, полученные в данных работах, на случай нелинейного уравнения с p -Лапласианом.

Таким образом, тема диссертационной работы несомненно является актуальной.

В диссертации Подольского А.В. Получены следующие основные результаты:

1. Дана полная классификация асимптотического поведения решения исходной задачи для случая, когда $2 < p < n$. Выделены 6 различных видов асимптотического поведения решения. Для каждого случая построена усредненная задача и доказана теорема усреднения.

2. Изучено критическое соотношение между коэффициентом адсорбции и параметром A , характеризующим размеры диаметров перфорации, при $p = n$. Разработан метод, позволяющий рассматривать перфорации произвольной формы с заданной площадью поверхности. Построена усредненная задача и доказана теорема усреднения.

3. Исследована начально-краевая задача для $2 < p < n$ при некоторых ограничениях на коэффициент адсорбции и параметр A . Выделены 3 случая асимптотического поведения решения, для каждого из которых построена усредненная задача и доказана теорема усреднения.

Для каждой из рассмотренных задач наиболее интересным и трудным является критический случай соотношения между параметрами, характерной чертой которого является то, что усредненное уравнение содержит новое нелинейное слагаемое. При этом Подольским А.В. получено функциональное уравнение, из которого находится это нелинейное слагаемое. Доказано, что данное уравнение имеет единственное решение.

Все результаты диссертационной работы являются новыми, современными и актуальными, в работе дано их строгое математическое доказательство. Подольским А.В. продемонстрировано уверенное владение методами асимптотического анализа, знание обширной литературы по теории усреднения.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в 7 печатных работах, 4 из которых входят в перечень журналов, рекомендованных ВАК; многократно доложены на различных семинарах в МГУ и международных конференциях. Таким образом, основные результаты диссертации надлежащим образом опубликованы и прошли достаточную апробацию на научных конференциях и семинарах. Доказанные в диссертации утверждения могут найти применение в научно-исследовательской работе в теории усреднения, а также при чтении специальных курсов и проведении специальных семинаров по дифференциальным уравнениям.

Тема и содержание диссертации соответствуют специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное

управление.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Замечания. Работа не содержит серьезных недочетов, хорошо продумана и тщательно отредактирована. Сделаем, однако, ряд замечаний.

Диссертация написана аккуратно и четко, однако содержание воспринималось бы легче, если бы автор больше внимания уделил возможным физическим и механическим и биологическим интерпретациям результатов. Отметим также некоторые опечатки.

1. стр. 48 и стр. 49 опечатка: лишний индекс ϵ .
2. стр. 16 опечатка: в оценке (1.39) пропущен индекс при R .
3. В доказательстве теоремы 5 вводится переменная q (стр. 33), но данным символом раньше, на стр. 24, обозначена величина $p/(p-1)$. Во избежании путаницы следовало использовать разные символы.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации А.В. Подольского.

Заключение. Диссертация А.В. Подольского «Усреднение задач для p -Лапласиана в перфорированной области с нелинейным краевым третьего типа» является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задачи, имеющей существенное значение для развития теории усреднения. Она удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор Подольский Александр Вадимович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв на диссертацию и автореферат обсужден и одобрен на семинаре по проблемам механики сплошной среды Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН 26 ноября 2015 года.

Главный научный сотрудник
Института проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН,
д.ф.-м.н. Акуленко Л.Д.
Тел. +7(495)434-32-38.

 / Акуленко Л.Д./

E-mail: ipm@ipmnet.ru
119526, Россия, г.Москва, проспект Вернадского д.101, к.1

Подпись Акуленко Л.Д. удостоверяю.
Ученый секретарь Института проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН

к.ф.-м.н.



/Сысоева Е.Я./