

## ОТЗЫВ

кандидата-физико математических наук Зубовой М.Н.  
на автореферат диссертации Подольского Александра Вадимовича  
«Усреднение задач для  $p$ -Лапласиана в перфорированной области с нелинейным  
краевым условием третьего типа»,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное  
управление

В автореферате кратко описываются основные результаты автора, включенные в диссертацию.

В работе Подольского А. В. изучается асимптотическое поведение при  $\varepsilon \rightarrow 0$  решения  $u_\varepsilon$  задач для уравнений с оператором  $p$ -Лапласа в  $\varepsilon$ -периодически перфорированной области  $\Omega_\varepsilon$  с нелинейным краевым условием третьего рода  $\partial_{\nu_p} u_\varepsilon + \beta(\varepsilon)\sigma(x, u_\varepsilon) = 0$ , заданным на границе полостей, где  $\partial_{\nu_p} u \equiv |\nabla u|^{p-2}(\nabla u, \nu)$ , а  $\nu$  – вектор внешней единичной нормали к поверхности полостей. Стоит отметить тот факт, что в краевое условие входит параметр  $\beta(\varepsilon)$ , который может неограниченно возрастать при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Также предполагается, что перфорации дiffeоморфны замкнутому шару, радиус которого есть  $O(a_\varepsilon)$ , где  $a_\varepsilon \ll \varepsilon$ . Таким образом, изучается поведение решения краевой задачи в том случае, когда размеры полостей и расстояние между ними стремятся к нулю, а их число неограниченно возрастает.

Усреднению задач для линейных эллиптических уравнений с третьим краевым условием, содержащим параметр, зависящий от  $\varepsilon$ , посвящена обширная литература. Стоит отметить работы таких авторов, как О.А. Олейник, Т.А. Шапошникова, А.С. Шамаев, Г.А. Чечкин, Г.А. Иосифьян, Т.А. Мельник, М.В. Гончаренко, О.А. Сивак. Так же есть и мои работы по этой тематике. В наиболее близких к диссертации автора работах изучается асимптотическое поведение решения задач для оператора Лапласа с нелинейным краевым условием, а в диссертации Подольского А.В. рассматривается не только нелинейное краевое условие, но и нелинейный оператор  $p$ -Лапласа. Уравнения с оператором  $p$ -Лапласа появляются, например, при изучении неньютоновских жидкостей, в теории нелинейной диффузии, в популяционной биологии. Таким образом, исследования проведенные автором являются вполне актуальными.

Подольским А.В. исследована интересная и трудная задача усреднения, потребовавшая от автора не только владения методами асимптотического и функционального анализа, но и некоторой изобретательности. В диссертации полностью изучено асимптотическое поведение решения краевой задачи для эллиптического уравнения с  $p$ -Лапласианом при  $2 < p < n$ , выделены 6 различных случаев асимптотического

поведения. При этом для каждого случая доказана теорема о слабой сходимости решения исходной задачи к решению усредненной. Наиболее интересным является так называемый критический случай. Он характеризуется тем, что эффективное уравнение содержит новое нелинейное слагаемое, которое находится как решение некоторого вспомогательного функционального уравнения. Все результаты, полученные автором, математически строго и в полной мере обоснованы, а также являются новыми. Решение поставленной задачи является существенным вкладом в развитие теории усреднения.

В автографе обоснованы актуальность темы диссертационной работы, приведен достаточно подробный обзор истории и литературы по данной тематике, дается четкая формулировка целей диссертации, ее результатов и их новизны. Также в нем указано, что результаты диссертации автора своевременно опубликованы в 7 печатных работах (4 из перечня ВАК), докладывались на международных научных конференциях и семинарах в МГУ, и как следствие, прошли достаточно широкую апробацию.

Автограф А.В. Подольского «Усреднение задач для р-Лапласиана в перфорированной области с нелинейным краевым условием третьего типа» удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор Подольский Александр Вадимович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Зубова Мария Николаевна, кандидат физико-математических наук (специальность 01.01.02), доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет», 111395, г. Москва, ул. Юности д. 5, e-mail: zubovnv@mail.ru, тел.: +7(499) 374-51-51.



Подпись М.Н. Зубовой заверяю.