

Отзыв научного руководителя

на диссертацию Авксентьева Евгения Александровича “Инвариантные меры и теоремы о замыкании типа Понселе”

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 –

“вещественный, комплексный и функциональный анализ”.

Диссертация Е.А.Авксентьева посвящена разработке аналитических методов исследования теорем о замыкании типа Понселе. Автору удалось построить единую теорию инвариантных мер на кониках и получить новые доказательства теорем о замыкании вписанно-описанных многоугольников и цепочек окружностей, обобщить их на пучки коник и на более широкие классы кривых, получить многомерные обобщения, а также вывести новые результаты о замыкании и о структуре инвариантных мер.

Теоремы о замыкании являются классическим объектом исследования для специалистов по геометрии и по анализу на протяжении последних двух столетий. С момента первой публикации Ж.-В.Понселе в 1822 г. (и даже ранее, с предшествующих работ Эйлера, Фусса и Чапела первой половины XVIII в.), они неизменно привлекают к себе внимание математиков красотой формулировок и многообразием связей, например, с эргодической теорией, бильярдами, комплексной динамикой, дифференциальными уравнениями и т.д. Ими в разное время занимались К. Якоби, Ж. Бертран, Г. Дарбу, А. Кэли, А. Лебег, И. Шёнберг, О. Боттема, Ф. Гриффитс, Дж. Харрис, М. Берже, Н. Хитчин, Н. Хангербюллер, и другие. Многие российские математики также обращались к этой теме, среди них А. Хованский, В. Козлов, А. Богатый, А. Заславский и многие другие. Несмотря на столь внушительный список авторов, соискателю удалось получить новые конструкции и новые глубокие результаты, а также усилить и обобщить ряд известных результатов.

Основная идея теорем о замыкании состоит в том, что если последовательность отрезков или окружностей, построенных особым образом, оказалась периодической для некоторого начального отрезка (окружности), то она будет периодической всегда, причем с той же длиной периода, за исключением явно классифицируемых вырожденных случаев. Наиболее известные примеры – теорема Понселе о вписанно-описанных ломаных, большая теорема Понселе для пучков коник, теоремы Штейнера и Эмха о цепочках окружностей, теорема “понзаг”, теорема о зигзаге, и т.д. Несмотря на элементарные формулировки, доказательства этих теорем сложны, требуют специальной техники и, как правило, далеко выходят за рамки классической геометрии. В диссертации разрабатывается метод инвариантных мер на кониках. Идея применить инвариантные меры для доказательства теоремы Понселе впервые появилась в середине XIX в. в работах К. Якоби и Ж. Бертрана, где подобные меры строятся с помощью эллиптических интегралов. Затем этот подход был развит в работах И. Шёнберга, Дж. Кинга, В. Козлова, А. Хованского, А. и Д. Панова, и др. В 1974 г. У. Блэк, К. и Б. Ховланды независимо нашли инвариантную меру для теоремы о зигзаге. Одной из задач представляемой диссертационной работы было построение единой теории инвариантных мер для всех классических теорем о замыкании, из которой меры Якоби-Бертрана и Блэка-Ховланда следовали бы как частные случаи. С этой задачей соискатель справился, построив такую теорию и получив множество новых результатов.

Во **введении** к диссертации определяются основные объекты исследования, дается обзор известных фактов, формулируются задачи и полученные соискателем новые результаты. Введение написано подробно, ясно и аккуратно, снабжено необходимыми комментариями и иллюстрациями.

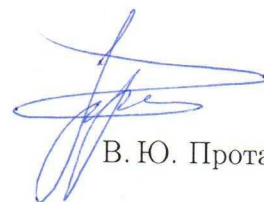
В **первой главе** строятся инвариантные меры для классических теорем о замыкании, универсальные меры для общего принципа замыкания, доказываются многомерные аналоги известных теорем и их обобщения на циклиды Дарбу и Дюпена.

Во **второй главе** получена полная классификация инвариантных мер на кониках, построено выравнивающее отображение для каждого случая взаимного расположения коник, исследована универсальная мера для, так называемых, больших теорем Понселе Эмха.

В **третьей и четвертой главах** получен ряд новых результатов о теоремах типа Понселе, в частности, аналитические условия замыкания, некоммутативные теоремы о замыкании для дробно-линейных преобразований, ряд теорем в плоскости Лобачевского, а также получено новое комбинаторное доказательство теоремы Понселе.

Результаты диссертации Е.А. Авксентьева имеют высокий математический уровень. Они неоднократно докладывались на конференциях и семинарах, опубликованы в шести работах автора, две из которых вышли в журналах, включенных в перечень ВАК, восприняты с интересом в математическом сообществе. Результаты и разработанные методы могут быть применены к задачам геометрии, теории меры, динамических систем, бильярдов, и т.д. Они представляют интерес для специалистов из МГУ имени М.В.Ломоносова, МФТИ, МИАН им. Стеклова, Института проблем передачи информации, и т.д. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Построенная теория и полученные результаты достаточны для защиты кандидатской диссертации. Диссертационная работа удовлетворяет требованиям п. 9 "Положения о порядке присуждения учёных степеней", а её автор Авксентьев Евгений Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель,
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры общих проблем управления
механико-математического факультета
МГУ имени М. В. Ломоносова



В. Ю. Протасов

1 сентября 2015 года

Личную подпись В. Ю.Протасова заверяю

И.о. декана механико-математического факультета
МГУ им. М. В. Ломоносова,
доктор физико-математических наук,
профессор



В. Н. Чубариков