

Отзыв официального оппонента

на диссертационную работу Авксентьева Евгения Александровича
„Инвариантные меры и теоремы о замыкании типа Понселе“,

представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.01 —
„вещественный, комплексный и функциональный анализ“.

Диссертационная работа Е.А. Авксентьева посвящена аналитическим методам в применении к решению ряда вопросов о замыкании типа Понселе.

На протяжении около двухсот последних лет с момента публикации доказательства теоремы Понселе о замыкании вписанно-описанных ломаных интерес к вопросам о замыкании типа Понселе со стороны математиков не ослабевает. Возникло много интересных вариантов теорем о замыкании. Многие признанные классики, такие как К. Якоби, Ж. Бертран, А. Кэли, Г. Дарбу, А. Лебег, занимались замыканиями, результаты по данной проблематике есть и у известных ученых современности — А. Хованского, В. Козлова и других.

Помимо эстетики постановок, причина интереса к теме — в глубоких связях теорем о замыкании с разными вопросами анализа, алгебраической геометрии, эргодической теории, теории бильярдов, дифференциальных уравнений и других областей.

Идеи применения аналитических методов для решения задач о замыкании, восходят к К. Якоби и Ж. Бертрану, в работах которых используются эллиптические интегралы, с помощью которых задаются инвариантные меры. В дальнейшем этот подход развивался и неоднократно использовался. Например в работе У. Блэка, Б. Ховланда, Х. Ховланда была построена инвариантная мера для доказательства теоремы о зигзаге. Использование инвариантных мер в задачах о замыкании казалось эффективным и естественным, доказательство теоремы Понселе с применением инвариантной меры стало едва ли не самым популярным. Несмотря на это до последнего времени вряд ли можно было говорить о наличии общей теории в применении инвариантных мер.

Кроме получения ряда новых результатов, одна из важных целей, достигнутых в диссертации — разработка теории инвариантной меры, для которой известные варианты мер Якоби-Бертрана и Блэка-Хоулэнда становятся частными случаями. Это обстоятельство позволяет говорить о том, что проведенное соискателем исследование обладает высокой ценностью и новизной.

Диссертационная работа состоит из введения и четырех глав.

Во введении определяются основные понятия, дается обзор известных результатов и формулируются результаты, полученные соискателем.

В первой главе решается вопрос о наличии инвариантной меры для многомерной теоремы Эмха о свойстве замыкания на окружностях для семейства сфер, касающихся данных n ориентированных сфер n -мерного евклидова пространства. При этом рассматриваемая мера не зависит от выбора окружности. Доказательство проводится аналитически с использованием свойств циклид Дюпена. Далее метод применяется к некоторым более общим вариантам принципа замыкания.

Во второй главе диссертации приводится универсальная мера для пучка коник. Для различных случаев взаимного расположения коник строится выравнивающее

отображение, сводящее отображение Понселе к элементарным преобразованиям окружности. Таким образом универсальная мера применяется для доказательства больших теорем Понселе и Эмха. В этой же главе приводится полная классификация инвариантных мер на кониках.

Третья глава посвящена некоммутативным теоремам замыкания. Доказывается теорема о замыкании для семейства коник, дважды касающихся данной коники. Кроме того приводятся некоторые теоремы о замыкании в плоскости Лобачевского.

В четвертой главе с использованием инвариантной меры и проективных инвариантов выводятся аналитические условия для замыкания траекторий Понселе для пары коник. В этой же главе приведено комбинаторное доказательство теоремы Понселе.

Работа производит хорошее впечатление. Кроме грамотного и полного изложения своих результатов и доказательств автор включил в работу обзорный текст, в котором систематизированы предшествующие результаты и методы их получения. Тем самым результаты автора представлены в работе мотивированными и естественными.

Из недостатков работы можно отметить следующие. Не вполне последовательная нумерация утверждений (нумерация в работе сквозная и начинается с теоремы 1 во введении, но некоторые вспомогательные теоремы обозначены буквами А, В и т.д.). Во введении к главам повторены несколько комментариев и мотивировок, которые фактически содержатся во введении к работе. Для нескольких известных используемых утверждений (например, леммы 68, 71) не приведены конкретные ссылки на первоисточник. В формуле на странице 128 в 7 строке имеется опечатка (вместо минуса должен стоять плюс).

Указанные недочеты носят стилевой характер и не умаляют достоинств работы.

Диссертационная работа Е.А. Авксентьева выполнена на высоком научном уровне. Результатом работы является получение ряда новых важных результатов, которые могут быть применены к разным вопросам анализа, геометрии, динамических систем. Основные результаты работы неоднократно докладывались на конференциях, опубликованы в шести работах автора, три из которых содержатся в журналах из перечня ВАК. Диссертация написана ясно, грамотно и аккуратно оформлена. Автореферат верно отражает содержание диссертации. Работа отвечает требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор Авксентьев Евгений Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 „вещественный, комплексный и функциональный анализ“.

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математики МФТИ

Кож

П.А. Кожевников

24.11.2015

Подпись Кожевникова П.А. удостоверено
Ученый секретарь МФТИ



2

Скалько

Ю.И. Скалько

Сведения об официальном оппоненте:

Кожевников Павел Александрович

к.ф.-м.н., доцент

Московский физико-технический институт (государственный университет)

141700, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

Тел.: 8 (495) 576-51-55

e-mail: p.kozhevn@gmail.com