

УТВЕРЖДАЮ.

Проректор по научной работе,
доктор химических наук, доцент
Тунник Сергей Павлович



ОТЗЫВ

ведущей организации -

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет" о научно-практической ценности диссертации ЛЕБЕДЕВА Алексея Викторовича на тему: "Неклассические задачи стохастической теории экстремумов", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 - "теория вероятностей и математическая статистика."

Исторически сложилось, что асимптотические методы теории вероятностей использовались, в первую очередь, для исследования предельного поведения сумм растущего числа случайных величин. Центральное место здесь заняли предельные теоремы, в которых распределения таких сумм после надлежащей нормализации стремились к нормальному или устойчивому закону распределения.

Однако наряду с проблемами, в которых приходилось иметь дело с суммой большого числа случайных слагаемых, все чаще и чаще появлялась необходимость ставить и решать другие задачи, возникавшие в различных областях человеческой деятельности - страховании, климатологии, геронтологии, спорте и т.д. В этих задачах ключевую роль играли очень большие или, наоборот, очень малые значения случайных факторов или характеристик. Людей беспокоила возможность ощутить очень высокие или очень низкие температуры воздуха, пострадать от значительного наводнения, волновали сообщения о долгожителях и новые рекордные результаты в спорте. Все это

новали сообщения о долгожителях и новые рекордные результаты в спорте. Все это привело к появлению работ, в которых исследовались различные вопросы, связанные с экстремальными значениями случайных величин.

Первые серьезные результаты в этой области были получены в 20-х - 30-х годах прошлого века, здесь надо отметить вклад таких выдающихся математиков как Фреше, Фишер и фон Мизес. Кульминацией этого периода стала знаменитая и ставшая классической статья Б.В. Гнеденко 1943 г. Было доказано, что множество всех возможных предельных распределений для надлежащим образом центрированных и нормированных максимумов независимых одинаково распределенных случайных величин состоит из трех типов распределений (Гумбеля, Фреше и Вейбулла), и были исследованы условия слабой сходимости к ним.

Работа Гнеденко стимулировала математиков многих стран к постановке и решению разнообразных задач для экстремальных случайных величин, а также для связанных с ними рекордных величин и порядковых статистик. За семь десятков лет, прошедших после появления труда Б.В.Гнеденко, были рассмотрены всевозможные классические "экстремальные" модели, а также множество неклассических схем. Здесь можно упомянуть работы Бермана, де Хаана, Деовельса, Галамбоша, Лидбеттера, Микоша, Новака, Пикендса, Питербарга, Резника, Реньи, Смирнова, Тьяго де Оливейры и многих других ученых.

Однако оказывается, что и в этой хорошо изученной области теории вероятностей можно получать ряд новых и содержательных результатов. Знакомство с диссертационной работой А.В.Лебедева показывает, что исследования в области стохастической теории экстремумов успешно продолжаются и обогащают теорию интересными достижениями. Нет сомнений в том, что тематика диссертации актуальна, а сама диссертация вполне соответствует специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика.

Представленная диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка обозначений и списка литературы, включающего 147 наименований работ, автором 25 из которых является диссертант, причем 21 его работа - из списка ВАК.

В объемном введении дается достаточно полный исторический обзор различных результатов предшественников и современников диссертанта. В первой главе диссертации исследуется асимптотическое поведение случайных величин в схемах, совмеща-

ющих две упомянутые выше классические операции- суммирование величин и рассмотрение максимума полученных сумм при наличии тяжелых хвостов. Интересный и типичный для результатов главы факт приведен здесь в теореме 1.1.4. Рассматриваются величины типа максимумов растущих сумм независимых и одинаково распределенных слагаемых, когда правосторонние хвосты их общей функции распределения правильно меняются на бесконечности. Для них получены (в зависимости от скоростей роста числа сумм и числа слагаемых) два из трех классических предельных типа распределений - Гумбеля и Фреше. Здесь же исследованы и иные конструкции, в которых рассматриваются более сложные комбинации максимумов и сумм.

Диссертант во второй, четвертой и пятой главах исследует различные максимальные схемы, связанные с ветвящимися процессами. Особенностью диссертации является то, что автор отказывается от общепринятых предположений о независимости признаков частиц или принадлежности их распределений области притяжения одного из экстремальных типов. Это приводит к оригинальным и подчас трудным неклассическим задачам и обеспечивает научную новизну диссертации.

Во второй главе диссертации рассматриваются различные типы ветвящихся процессов с дискретным или непрерывным временем. Каждой частице ветвящегося процесса сопоставляется признак (случайная величина). В частности, каждой m -ой частице n -ого поколения приписывается признак $\xi_{n,m}$ и вводится случайная величина $M_n = \max_{1 \leq m \leq Z(n)} \xi_{n,m}$, где $Z(n)$ - число частиц n -го поколения. Исследуется асимптотическое поведение максимумов M_n для различных видов ветвящегося процесса и различных форм зависимости признаков.

В более простых вариантах предполагается, что процесс является бессмертным (т.е. заведомо имеет в каждом поколении хотя бы одного потомка), а признаки представляют собой независимые случайные величины. В дальнейшем изучаются также случаи, когда тип зависимости двух частиц определяется числом поколений, разделяющих данную пару частиц и их ближайшего общего предка. Кроме такого "наследственного" типа зависимости признаков диссертант рассматривает другие варианты, например, случай так называемой "сестринской" формы зависимости, когда есть зависимость между признаками частиц из одного поколения процесса, но не наследуется зависимость от предыдущих поколений. В этой же главе рассматриваются многомерные обобщения, когда для каждой частицы определены несколько признаков.

Глава 3 диссертации посвящена таким важным понятиям, характеризующим поведение максимальных случайных величин, как экстремальные индексы и экстремальные функции. В классических ситуациях для стационарных последовательностей случайных величин наличие экстремального индекса θ , $0 < \theta < 1$, позволяет утверждать, что максимумы n зависимых величин асимптотически ведут себя как максимумы $[n\theta]$ независимых случайных величин. В представленной работе предлагаются два новых определения (в разной степени обобщающих классическое) экстремальных индексов и определение так называемой экстремальной функции для максимумов в схеме серий со случайным числом слагаемых $\nu(n)$, $n = 1, 2, \dots$. Исследуются интересные соотношения между имевшимися ранее и вновь введенными характеристиками такого рода.

Пожалуй, центральной в этой главе является теорема 3.1.1, формулировка которой занимает две страницы. Среди прочих моделей в этой главе особо отметим интересный вариант, когда число элементов в очередной n -ой серии определяется моментом первого превышения случайными величинами, образующими эту серию, некоторого детерминированного или случайного порогового уровня.

Если во второй главе рассматривались обычные ветвящиеся процессы, то в четвертой главе А.В.Лебедев имеет дело с так называемыми максимальными процессами с одним типом частиц. Классические максимальные ветвящиеся процессы, введенные Дж. Ламперти примерно 40 лет назад, соответствуют ситуации, когда очередное поколение формируется не объединением потомков всех частиц из предыдущего поколения, а лишь потомками одной самой "плодовитой" из частиц предыдущего поколения.

Диссертант рассматривает аналог максимальных ветвящихся процессов Z_n , $n = 0, 1, 2, \dots$, в которых значения Z_n не обязательно являются целочисленными. Он подробно изучает свойства такого рода процессов, доказывает для них ряд оригинальных предельных теорем и приводит несколько разъясняющих примеров. Еще более сложный для исследования объект изучается им в пятой главе, где рассмотрены аналоги максимальных ветвящихся процессов не с одним, а с несколькими типами частиц.

Таким образом, в диссертации получено и строго доказано множество новых интересных результатов. Их достоверность не вызывает сомнений. Большая их часть, особенно в области предельных теорем для экстремальных характеристик ветвящихся процессов, связана с постановками новых перспективных задач, которые пригодны для развития и обобщений и несомненно привлекут внимание специалистов.

Чувствуется, что автор хорошо ориентируется в излагаемом материале, его выводы, как правило, сопровождаются интересными комментариями, облегчающими их понимание. Несмотря на наличие довольно большого числа громоздких формул, работа выполнена аккуратно. Замечено лишь небольшое число мелких неточностей и опечаток и с десяток пропущенных в формулах скобок (в 3-5 главах). Результаты диссертации получили достаточную апробацию на авторитетных научных семинарах и ряде представительных международных конференций, они вполне могут быть включены в специальные курсы, читаемые на математических факультетах страны.

После прочтения диссертации создается впечатление, что она перегружена. В работе сформулировано и доказано более полусотни теорем и несколько десятков вспомогательных утверждений. Эти результаты сопровождаются большим числом следствий и авторских замечаний. Приводится не менее 50 примеров, в которых рассматриваются различные частные случаи теорем, множество рисунков, графиков, таблиц и результатов моделирования. Весь этот непрерывный "поток" информации порой мешает читателю выделить наиболее значительные достижения представленной диссертации. Можно похвалить А.В. Лебедева за большое число примеров (многие из них сами по себе эффектны и интересны), удачно иллюстрирующих основные положения работы. Что же касается теорем, то не все из них равноценны, а их число можно было бы сократить раза в полтора, сосредоточившись на более подробном обсуждении наиболее сильных и принципиально важных результатов.

Оценивая диссертацию в целом, следует признать, что А. В. Лебедев поставил и исследовал новые перспективные задачи в области стохастической теории экстремумов. Он получил и представил в своем труде ряд интересных и весомых результатов докторского уровня. Они безусловно заинтересуют не только математиков-теоретиков, но и специалистов-практиков, чья деятельность связана со страхованием, финансами, гидрологией, метеорологией. Значимость полученных результатов соответствует уровню незаурядного научного достижения в области теории вероятностей.

Основные результаты диссертации своевременно опубликованы. Автореферат правильно отражает ее содержание. Достижения автора могут быть полезны для исследований в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН и его Санкт-Петербургском отделении, в институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, в Институте проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, в Московском, Санкт-Петербургском и Но-

восточном университете.

Считаем, что представленная работа соответствует критериям, предъявляемым к докторским диссертациям в "Положении о порядке присуждения ученых степеней," утвержденном постановлением правительства РФ. Ее автор, Алексей Викторович Лебедев, вполне заслуживает присвоения ему степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 - "теория вероятностей и математическая статистика".

Отзыв утвержден на заседании кафедры теории вероятностей и математической статистики СПбГУ, протокол номер 1 от 18 марта 2016 г.

Профессор кафедры теории вероятностей и матем. статистики
мат.-мех. ф-та СПбГУ, профессор, д.ф.-м.н. по спец-ти 01.01.05

Невзоров Валерий Борисович

Зав. кафедрой теории вероятностей и матем. статистики
мат.-мех. ф-та СПбГУ, профессор, д.ф.-м.н. по спец-ти 01.01.05

Никитин Яков Юрьевич

Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

"Санкт-Петербургский государственный университет"

Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб. 7/9.

Тел. +7(812) 328-20-00. Эл. почта: spbu@spbu.ru Сайт: spbu.ru