

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА  
на диссертацию Лебедева Алексея Викторовича  
«Неклассические задачи стохастической теории экстремумов»,  
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук  
по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация А.В.Лебедева относится к стохастической теории экстремумов, которая занимается изучением максимумов и минимумов случайных величин. Фундаментальный вклад в теорию экстремумов внес наш советский ученый Б.В.Гнеденко, доказав знаменитую теорему об экстремальных типах еще во время Великой Отечественной войны. В дальнейшем этой теорией занимались многие отечественные и зарубежные ученые.

В наше время среди российских ученых в этой области наибольшим авторитетом пользуются В.И.Питербарг и В.Б.Невзоров.

Представленная диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения.

Во введении приведен краткий исторический обзор по тематике работы, обоснована актуальность и сформулированы цели исследования, его научная новизна, методы исследования, теоретическая и практическая ценность, даны сведения об апробации работы, изложено основное содержание.

В первой главе получено достаточное условие асимптотической эквивалентности максимумов в общей схеме максимумов сумм независимых одинаково распределенных случайных величин с тяжелыми хвостами и продемонстрировано его применение к различным моделям: максимумам частичных сумм Эрдеша-Реньи, полей дробового шума, и максимумам суммарных активностей в моделях информационных сетей, описываемых случайными графами и гиперграфами. Для указанных моделей получены достаточные условия типа ограничений сверху на хвостовой индекс распределений слагаемых.

Автор ссылается на работы Г.И.Ивченко, где изучалось поведение экстремумов сумм независимых случайных величин, когда растет как число сумм, так и число слагаемых, а распределение слагаемых удовлетворяет двустороннему условию Крамера. В этой схеме диссертант изучил случай тяжелых хвостов распределений (эта тематика является очень актуальной в последние десятилетия), а затем ввел гораздо более общую схему максимумов сумм, когда случайное число сумм берется по случайным множествам индексов, которые могут пересекаться. В качестве основного приложения рассматриваются модели активности в информационных сетях. При описании сетей современными моделями случайных графов автор ссылается на обзор А.М. Райгородского, учебник Р. ван дер Хофстеда и др.

Во второй главе доказаны новые предельные теоремы об экстремумах признаков частиц в ветвящихся процессах при отказе от некоторых классических предположений. Для бессмертных надкритических процессов получен и исследован широкий класс предельных распределений максимумов признаков частиц. Для различных классов ветвящихся процессов изучено влияние зависимости признаков частиц, обусловленных их родственными связями (общими предками) на асимптотическое поведение максимумов. В случае нескольких признаков получены многомерные предельные распределения и изучены их копулы.

Здесь автор ссылается на работы Б. Арнольда и Дж. Вилласенора, А. Пейкса, Дж. Янева и др., где также изучались максимумы признаков частиц в ветвящихся процессах, но в классических предположениях о том, что признаки частиц независимы и их распределения принадлежат области притяжения одного из экстремальных типов. Диссертант показал, что при отказе от предположения об области притяжения можно получить неизвестный ранее класс предельных распределений, а зависимость может по-разному влиять на максимумы в гауссовском случае и случае тяжелых хвостов. Связь зависимости с родством обусловлена приложениями в биологии, когда признаки частично наследуются от родителей и т.п.

В третьей главе введены два новых экстремальных индекса в схеме серий, изучены их свойства и взаимосвязь с классическим экстремальным индексом. Вычислены индексы для

суммарных активностей в моделях информационных сетей, признаков частиц в ветвящихся процессах, а также для моделей с копулами и пороговых моделей.

Изучение экстремумов зависимых случайных величин, образующих стационарную в строгом смысле случайную последовательность, имеет долгую историю. Экстремальный индекс последовательности отражает влияние зависимости на поведение максимумов, ему посвящено много работ. Недавно появились также работы Г.Чои, Х.Феррейры и Л.Перейры по экстремальным индексам случайных полей. Автор вводит совершенно новые понятия – экстремальные индексы в схеме серий. Предполагается, что случайные величины в серии зависимы и одинаково распределены, а длины серий могут быть случайны. При этом для экстремумов возникают интересные явления, невозможные в случае последовательностей.

Следует отметить, что по экстремумам в схеме серий пока вообще мало работ, это во многом неизведанная тема. У самого оппонента есть статья в этой области, где случайные величины в серии предполагаются независимыми, но по-разному распределенными.

В четвертой главе введены максимальные ветвящиеся процессы с одним типом частиц и произвольными неотрицательными значениями, представляющие собой экстремальные аналоги классических ветвящихся процессов, доказаны эргодические и предельные теоремы для них, рассмотрены возможные приложения.

Автор ссылается на работы Дж.Ламперти 1970-х годов, в которых были введены максимальные ветвящиеся процессы. Это довольно экзотический вид ветвящихся процессов, где в каждом поколении выживают потомки только одной частицы, у которой их больше всего (максимум). Однако потом исследования этих процессов не проводились, пока за них не взялся диссертант. Он сразу обобщил такие процессы, полагая вместо целочисленных значений произвольные неотрицательные, и далее получил много важных результатов, представляющих как теоретический интерес, так и в приложении к бесконечнолинейным системам массового обслуживания.

В пятой главе введены максимальные ветвящиеся процессы с несколькими типами частиц и для них получены аналогичные результаты.

Данные процессы были введены уже самим автором как обобщение максимальных ветвящихся процессов с одним типом частиц. В них каждая частица может иметь потомков нескольких типов, потом для определения числа частиц каждого типа берется максимум из чисел потомков этого типа по всем частицам предыдущего поколения. Эти исследования нашли отклик за рубежом, в работе О. Айдогмуса, А.П.Гхоша, С.Гхоша и А.Ройтерштейна, которые однако изучали более простую модель «раскрашенных» максимальных ветвящихся процессов.

В заключении излагаются итоги выполненного исследования, рекомендации по использованию полученных результатов, перспективы дальнейшей разработки темы.

Автором отмечены возможные приложения в информатике, биологии и массовом обслуживании, а также возможности дальнейшего уточнения результатов, исследования более сложных моделей, развивающих параллели с теорией ветвящихся процессов и др.

По диссертации имеются следующие замечания:

- 1) Некоторые доказательства слишком кратки, что затрудняет их понимание.
- 2) В некоторых местах используется нестандартная терминология. Например, на страницах 142, 143 вместо стандартных терминов «лемма», «теорема», «предложение» используется термин «свойство».

Указанные замечания не влияют на общую высокую оценку диссертации.

Отметим ее большую актуальность и научную новизну, это крупный вклад в развитие стохастической теории экстремумов.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

Основное содержание диссертации опубликовано в 25 научных статьях, из них 21 в журналах, входящих в Перечень ВАК рецензируемых научных изданий. Работ в соавторстве нет.

Основные результаты диссертации были представлены на крупных российских и международных конференциях, на ведущих вероятностных семинарах нашей страны.

Автореферат верно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации могут быть интересны ученым и преподавателям российских и зарубежных вузов и научных институтов. Материалы диссертации могут использоваться в учебном процессе для чтения специальных курсов студентам и аспирантам.

Диссертация является законченной научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как крупное научное достижение в области теории вероятностей и математической статистики, и удовлетворяет требованиям "Положения о присуждении ученых степеней", предъявляемым к диссертации на соискание степени доктора наук.

С учетом вышеизложенного, считаю, что Лебедев Алексей Викторович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук

по специальности 01.01.05

профессор кафедры математического анализа

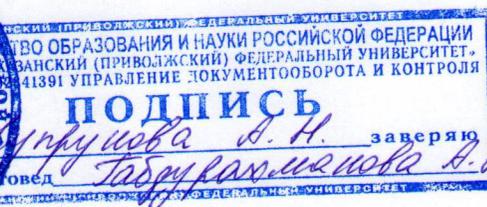
Института математики и механики имени Н.И.Лобачевского

Казанского (Приволжского) федерального университета

[achuprunov@mail.ru](mailto:achuprunov@mail.ru), +7(843)233-71-60

*Чупрунов*

Чупрунов Алексей Николаевич



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

Казанский (Приволжский) федеральный университет

Адрес: 420008, Россия, Республика Татарстан, Казань, ул. Кремлевская, 18.

Телефон: +7(843) 233-71-09

21 марта 2016 г.