

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертационную работу Лебедева Алексея Викторовича
“Неклассические задачи стохастической теории экстремумов”,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация Лебедева А.В. посвящена актуальным задачам теории экстремальных значений (ТЭЗ).

Теории экстремальных значений занимает одно из ведущих мест в теории вероятностей. Исследованию асимптотики экстремальных значений посвящены работы многих знаменитых исследователей, включая Мизеса, Фреше, Фишера, Типета, Гнеденко, де Хаана, Невзорова, и др.. Изучение свойств экстремальных величин стимулируется приложениями в прикладных задачах, возникающих в таких областях, как страхование, гидрология, управление финансовыми рисками, и др..

Классическая ТЭЗ посвящена последовательностям независимых случайных величин. Однако для большинства приложений характерна зависимость между наблюдениями. Поэтому современный этап развития ТЭЗ связан с исследованием асимптотических свойств распределений экстремальных значений в последовательностях зависимых случайных величин. Развитие теории в случае зависимых случайных величин и составляет содержание диссертации. Поэтому тема диссертации несомненно является актуальной.

Представленная А.В. Лебедевым диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка обозначений и списка литературы, состоящего из 147 наименований. Соискатель является автором 25 работ по теме диссертации. В данном отзыве мы уделяем основное внимание главам 1 и 3, которые наиболее близки к области наших научных интересов.

Во введении приведён краткий исторический обзор по тематике работы, обоснована актуальность и сформулированы цели исследования, его научная новизна, методы исследования, теоретическая и практическая ценность, даны сведения об апробации работы, изложено основное содержание.

В первой главе диссертации получено достаточное условие асимптотической эквивалентности максимумов в общей схеме максимумов сумм независимых одинаково распределённых случайных величин с тяжёлыми хвостами и продемонстрировано его применение к максимумам частичных сумм Эрдеша-Реньи и некоторым другим задачам. Эти результаты обобщают результаты Эрдеша-Реньи, Питербарга, Новака о слабой сходимости максимума частичных сумм Эрдеша-Реньи. Новыми являются и предложенные автором модели активности в информационных сетях и результаты о слабой сходимости максимумов суммарных активностей.

Во второй главе доказаны новые предельные теоремы об экстремумах признаков частиц в ветвящихся процессах при отказе от классических предположений о принадлежности распределения признака области притяжения максимум-устойчивого закона. Исследован широкий класс предельных распределений максимумов признаков частиц, изучено влияние зависимости признаков частиц на асимптотическое поведение максимумов, найдены предельные распределения.

В третьей главе введены два новых определения понятия экстремального индекса в схеме серий зависимых случайных величин, когда рассматривается случайное число случайных величин. Изучены свойства указанных экстремальных индексов и взаимосвязь с классическим определением экстремального индекса.

Экстремальный индекс позволяет выразить асимптотику максимумов зависимых случайных величин через асимптотику максимумов независимых случайных величин. Соискатель обобщил классические работы Лойнеса, Лидбеттера и О'Брайена, в которых было введено понятие экстремального индекса. Эта часть работы представляется наиболее новаторской и открывает широкие перспективы для дальнейших исследований.

В четвертой главе введены максимальные ветвящиеся процессы с одним типом частиц, представляющие собой экстремальные аналоги классических ветвящихся процессов. Доказаны эргодические и предельные теоремы для них, рассмотрены приложения. Автор обобщены работы Ламперти и предложено новое направление, связанное с заменой целочисленных значений на произвольные неотрицательные.

В пятой главе введены и изучены максимальные ветвящиеся процессы с несколькими типами частиц. Получены результаты, аналогичные результатам главы 4.

Максимальные ветвящиеся процессы с несколькими типами частиц были введены автором в качестве естественного обобщения максимальных ветвящихся процессов с одним типом частиц. Эти исследования уже получили отклик за рубежом в работах Айдогмуса, Гоша и А.Ройтерштейна.

В заключении излагаются итоги выполненного исследования, рекомендации по использованию полученных результатов, перспективы дальнейшей разработки темы.

По диссертации имеются следующие замечания.

Обозначения представляются излишне громоздкими.

Соискатель использует выражения типа “теоремы для стационарных распределений” (с. 11), “стационарное распределение F ” (с. 82), и т.п.. Стационарными обычно называют последовательности случайных величин, а не отдельные распределения.

Нумерация теорем неоправданно громоздка (2.1.1.1 и т. п.).

В теоремах 2.1.1.1 и 2.2.2.3 символы слабой сходимости – разные. Почему бы не использовать стандартный символ “ \Rightarrow ”?

Выражение “бессмертные процессы” представляется неудачным. Почему бы не использовать выражение “невырождающиеся процессы”?

С. 36, (1.8). c_{nm} не определено.

С. 37, Теорема 1.1.4. c_{nm} не определено.

С. 41. Непонятно, что соискатель имеет ввиду под “множеством В, равновероятно выбранным среди всех подмножеств”.

Тем самым непонятно и определение $\pi(t)$ в Теореме 1.2.1.

В главе 3 соискатель предлагает два определения экстремального индекса для выборок случайного объема ν_n одинаково распределенных случайных величин.

Понятие экстремального индекса для выборок случайного объема наиболее содержательно, если для некоторой последовательности $\{c_n\}$ положительных чисел имеем

$$\nu_n/c_n \xrightarrow{p} 1.$$

На наш взгляд, центрирующую последовательность $\{u_n(s)\}$ и экстремальный индекс θ было бы естественно определять не столько условиями

$$\mathbb{E}(\mathbb{P}(X_n \leq u_n(s)))^{\nu_n} \rightarrow s \text{ и } \mathbb{P}\left(\max_{i \leq \nu_n} X_i \leq u_n(s)\right) - \mathbb{E}\left(\mathbb{P}(X_n \leq u_n(s))\right)^{\theta \nu_n} \rightarrow 0$$

при $n \rightarrow \infty$ ($\forall s \in (0; 1)$), как это делает соискатель, сколько условием

$$(\mathbb{P}(X_n \leq u_n(s)))^{c_n} \rightarrow s \quad (n \rightarrow \infty)$$

($\forall s \in (0; 1)$), так как с.в. ν_n может зависеть от $\{X_i\}$.

С. 117. В Теореме 3.1.1(4г) есть a и b – функции, и тут же a и b – числа.

С. 125. Соискатель пишет: “Далее мы для простоты будем полагать, что $\nu_n = n$ ”, но не уточняет, насколько далеко простирается “далее”.

С. 130, (3.6). Пропущен символ математического ожидания \mathbb{E} .

Указанные замечания не влияют на общую высокую оценку диссертации.

Диссертация А.В. Лебедева относится к актуальному направлению теории вероятностей. Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и строго обоснованными.

Результаты диссертации опубликованы в 25 научных статьях, из них 21 – в журналах, входящих в Перечень ВАК рецензируемых научных изданий. Работ в соавторстве нет. Результаты других авторов, упомянутые в диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

Основные результаты диссертации апробированы на международных конференциях и научных семинарах. Автореферат верно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа А.В. Лебедева является самостоятельной законченной научно-квалификационной работой, представляющей значительный вклад в теорию экстремальных значений. Диссертацию можно охарактеризовать как глубокое и цельное математическое исследование, содержащее решение ряда существенных проблем

теории экстремальных значений, и являющееся крупным научным достижением. Результаты диссертации могут быть использованы для чтения специальных курсов студентам и аспирантам.

Диссертация А.В. Лебедева выполнена на высоком математическом уровне и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика. Тематика и содержание диссертации отвечает паспорту специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика.

Считаю, что диссертация А.В. Лебедева удовлетворяет требованиям п. 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, а её автор Лебедев Алексей Викторович заслуживает присвоения ему степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 – "теория вероятностей и математическая статистика".

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.05
старший доцент факультета науки и технологии
Мидлсекского университета
S.Novak@mdx.ac.uk, Тел: +44 2084114258



Новак Сергей Юрьевич

Подпись д.ф.-м.н. Новака С.Ю. заверяю.
Зав. канцелярией
М. Розенберг

*I confirm the above signature
belongs to Dr S. Novak*

Мидлсекский университет
Факультет науки и технологии
г. Лондон NW44BT, ул. Бурроугс, Великобритания.
Тел. +44(208)4115555.

