

О Т З Ы В

на работу Анны Михайловны РУСИНОВОЙ

«Динамика шайбы на наклонной плоскости с трением»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика»

Работа посвящена изучению задачи о безотрывном движении тяжёлого твёрдого цилиндра с плоским круговым основанием (шайбы), опирающегося на наклонную плоскость с кулоновым трением. Рассматриваются две модели для плотности давления в круговом контакте со стороны плоскости. Исследование проводится строгими методами математики и механики, а также с привлечением отдельных результатов численного анализа, которые в некоторых случаях позволяют высказывать гипотезы, не поддающиеся (или трудно поддающиеся) аналитической проверке. Диссертационное исследование и его методология безусловно представляют теоретический интерес.

Работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы, насчитывающего 39 названий и включающего ссылки на 5 статей соискателя (одна выполненная совместно с А.В.Карапетяном) в ВАКовском журнале РАН «Прикладная математика и механика».

Краткое введение содержит описание структуры работы и содержательный обзор литературы по теме исследования.

1-ая глава посвящена динамике шайбы в рамках первой (нелинейной) модели для плотности нормального давления (*ad hoc* гипотеза). Приведены уравнения движения шайбы. При этом из условий безотрывности получены выражения для главного вектора и главного момента сил трения, а с помощью ключевого параметра δ дано условие неотрицательности плотности нормального давления на всех движениях шайбы: $0 \leq \delta \leq 1$. Три уравнения движения представлены в безразмерной форме с параметром $\kappa = k / \operatorname{tg} \alpha$, где k - коэффициент сухого трения, α - угол наклона опорной плоскости к горизонту. Основное содержание главы 1 относится к динамике шайбы при $\kappa > 1$. Показано, что шайба останавливается через конечное время, причём, скольжение и верчение шайбы прекращаются одновременно. Единичный квадрат допустимых значений параметров (κ^{-1}, δ) разбит на четыре области, в которых установлены число положений равновесия системы и для каждого положения – асимптотическая устойчивость или неустойчивость. С помощью Паде-аппроксимаций правых частей и численного интегрирования уравнений построены фазовые портреты траекторий изображающей точки в указанных областях.

Во 2-ой главе по той же схеме исследования изучены предельные движения шайбы в рамках линейной по координатам модели плотности давления со стороны опоры. Показано, что в отличие от рассмотренной нелинейной модели здесь возможны два различных предельных значения для безразмерного параметра

$$\frac{u(t)}{\Omega(t)} = \frac{\text{линейная скорость центра опоры}}{\text{линейная скорость периферийной точки опоры при чистом вращении}},$$

причём, при некоторых значениях параметров κ и δ , помимо равновесий, существуют ещё и предельные циклы.

3-я глава посвящена наиболее простому и практически важному случаю, когда толщиной шайбы можно пренебречь: шайба заменяется тонким диском. При этом распределение нормального давления в рамках линейной модели оказывается равномерным во всей области кругового контакта диска с наклонной плоскостью. В этой главе удалось провести полное исследование предельных движений диска в зависимости от числовых значений параметра κ . При $\kappa > 1$ скольжение и верчение диска

прекращаются одновременно, причём, диск в финальном движении стремится скользить в направлении линии наибольшего спуска. Для подслучая $1 < \kappa \leq 2$ определён порядок малости $\Omega(t)$ по отношению к $u(t)$ в предельном движении, а при $\kappa > 2$ – конечный ненулевой предел отношения указанных кинематических величин. Далее доказано, что в случае общего положения при $\kappa = 1$ движение происходит бесконечно долго, и в результате диск начинает равномерно скользить без верчения в направлении линии наибольшего ската, а при $\kappa < 1$ он стремится к бесконечно долгому равноускоренному скольжению вниз в том же направлении. В последнем параграфе главы 3 доказано, что при $0,5 < \kappa \leq 1$ в предельном движении диска траектория его центра масс имеет линию наибольшего ската в качестве своей асимптоты. При $\kappa \leq 0,5$ асимптоты нет, однако проекция скорости центра диска на единственное горизонтальное направление, которое принадлежит наклонной плоскости, стремится к нулю за бесконечное время.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Следует отметить два положительных обстоятельства. Во-первых, везде, где это возможно, соискатель сравнивает свои результаты с результатами работ других авторов по близким задачам, показывает непротиворечивость результатов или их совпадение. Такая аккуратность в научном мире встречается нечасто. Во-вторых, во всей работе и, особенно в главе 3, соискатель, на мой взгляд, демонстрирует незаурядное аналитическое мастерство исследователя и изобретательность, например, при вычислении пределов.

Работа написана ясно, простым языком, хорошо оформлена. Опечатки есть: например, в формулах на стр. 21, 27 пропущен знак квадратного корня в выражении $\sqrt{1+s^2}$.

Одно существенное замечание. В ряде мест диссертационного исследования соискатель аргументирует некоторые математические свойства ссылками на проведенный численный анализ. Это бывает не всегда правомерно. Например, на основании графиков трёх функций, построенных на Рис.1.5 в промежутке $0 \leq u/\Omega \leq 10$, объявленные на с.27 без доказательства значения этих функций при $\Omega = 0$ (т.е. когда $u/\Omega \rightarrow +\infty$) можно только *предположить*. Тем не менее, эти огрехи не умаляют достоинств работы.

Считаю, что рецензируемая работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертационным работам по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика», а её автор, Анна Михайловна Русинова, заслуживает присуждения искомой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности. Автореферат верно отражает содержание диссертации.

Старший научный сотрудник
Федерального государственного
учреждения «Федеральный
исследовательский центр
«Информатика и управление»
Российской академии наук»,
кандидат физико-математических наук

А. Сумбатов /А.С.Сумбатов/

07 декабря 2015 г.

Подпись А.С. Сумбатова заверяю
Генеральный секретарь ИЦ РАН
В.Н. Захаров

