

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
по научно-исследовательской работе
ФГБОУ ВПО «ТГПУ им. Л.Н. Толстого»
кандидат политических наук, доцент
Подрезов К.А.



18 февраля 2016 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого»
на диссертационную работу Погудина Глеба Александровича
«Первичные дифференциальные алгебры
и ассоциированные с ними алгебры Ли»,
представленную
на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертация Г. А. Погудина выполнена **на актуальную тему**, она относится к дифференциальной алгебре и посвящена исследованию первичных дифференциальных алгебр и связанных с ними первичных алгебр Ли, удовлетворяющих стандартному лиевскому тождеству степени 5.

Выделенная Дж. Риттом в отдельную область математики дифференциальная алгебра в настоящее время является достаточно мощным алгебраическим аппаратом для решения различных задач в алгебраической и дифференциальной геометрии, теории алгебраических дифференциальных уравнений. Многие проблемы дифференциальной алгебры, сформулированные Дж. Риттом, не решены и по сей день.

С другой стороны в конце 70-х годов прошлого века Дж. Бергманом, Б. В. Лидским, Е. Н. Суменко и Ю. П. Размысловым независимо было установлено, что в алгебре Ли векторных полей на прямой выполняется стандартное тождество степени 5. В 1985 году Ю. П. Размыслов доказал, что всякая простая алгебра Ли, удовлетворяющая стандартному лиевскому тождеству степени 5, вкладывается в алгебру Ли, ассоциированную с некоторой дифференциальной алгеброй.

В диссертационной работе Г. А. Погудина решен ряд нетривиальных задач дифференциальной алгебры, применение которых к теории алгебр Ли позволяет получить интересные результаты и в данной области.

Диссертация Г. А. Погудина состоит из пяти глав, заключения и списка цитированной литературы, включающего 46 наименований. Общий ее объем составляет 61 страницу.

Первая глава является вводной, в ней сформулированы основные результаты диссертации, обоснована актуальность темы и дан краткий исторический обзор исследуемой проблематики.

Во второй главе вводятся основные определения и конструкции дифференциальной алгебры. В частности, на дифференциальной алгебре определяется алгебра Ли специальных дифференцирований. Установлено, что для первичной дифференциальной алгебры над полем характеристики нуль алгебра Ли специальных дифференцирований является первичной (предложение 2.2.4). Доказано наличие единицы в простом

дифференциальном кольце (предложение 2.3.1), что влечет отсутствие простых дифференциальных ниль-алгебр. В заключительном параграфе второй главы определяется процедура, позволяющая вложить первичную алгебру Ли, удовлетворяющую стандартному лиевскому тождеству степени 5, в алгебру Ли специальных дифференцирований некоторой первичной дифференциальной алгебры (теорема 2.4.2).

Третья глава посвящена изучению первичных дифференциальных алгебр над полем нулевой характеристики. Изучается фактор алгебра свободной дифференциальной алгебры $k\{x\}$ по дифференциальному идеалу $[x^m]$. В диссертации решен ряд открытых вопросов, связанных с данной алгеброй. Идеал $[x^m]$ имеет сложную комбинаторную структуру, что создает определенные трудности для его изучения. Получен ответ на вопрос Дж. Ритта, сформулированный в 1950 году: наименьшая степень q_k такая, что $(x^{(k)})^{q_k} \in [x^m]$ равна $(k+1)m - k$ (теорема 3.1.2). Доказана первичность алгебры $D_m = k_+ \{x\} / [x^m]$ и нильпотентность всех ее элементов (теорема 3.1.1). Таким образом, построен пример первичной дифференциальной ниль-алгебры. При этом алгебра Ли специальных дифференцирований данной алгебры является первичной энгелевой алгеброй (теорема 3.2.1).

В четвертой главе рассматриваются вопросы, касающиеся примитивных элементов расширений дифференциальных полей. Диссертантом расширена теорема Колчина о примитивном элементе на случае, когда основное поле является полем констант (теорема 4.1.3). С помощью данной теоремы установлено, что в алгебре специальных дифференцирований целостной дифференциальной алгебры конечной степени трансцендентности можно выбрать два элемента так, что порожденная ими подалгебра будет иметь ту же степень трансцендентности, что и исходная алгебра (теорема 4.4.1).

В пятой главе представлены результаты, касающиеся алгебры Ли специальных дифференцирований алгебры формальных степенных рядов от n переменных. Рассматриваются два типа вложений конечномерных алгебр Ли в алгебры данного класса, обладающие рядом интересных свойств (теорема 5.2.1 и теорема 5.3.1). Построен полулинейный полином, восстанавливающий алгебру функций на аффинном многообразии по двумерному инволютивному распределению (теорема 5.4.1).

В заключении представлены возможные обобщения основных результатов диссертации и пути дальнейших исследований.

В диссертации применяются методы дифференциальной алгебры и теории алгебр Ли. Результаты диссертации опираются на работы Ю. П. Размыслова по алгебрам Ли и работы Э. Колчина, А. Зайденберга и Г. Леви по дифференциальной алгебре.

Отметим некоторые недостатки работы, не носящие, впрочем, принципиального характера:

1. список литературы в диссертации следует начинать с русскоязычных изданий;
2. список основных теорем диссертации, приведенный в нулевом параграфе первой главы, следовало бы расширить, или не писать его вовсе;
3. на стр. 15 в 16 строке сверху написано $ab = 0$ вместо $ab \neq 0$
4. в автореферате на стр. 9 не указан автор работы, на которую дана ссылка.

Резюмируя вышеизложенное, можно заключить, что диссертация Погудина Глеба Александровича является научно-квалификационной работой в области дифференциальной алгебры, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, являющиеся существенным научным достижением в области дифференциальной алгебры и ее приложений. Работа имеет теоретический характер.

Все результаты являются новыми и снабжены строгими математическими доказательствами. Основное содержание диссертации опубликовано в открытой печати в пяти публикациях автора в журналах из Перечня ВАК РФ или приравненных к ним.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации могут быть использованы при решении различных задач в теории дифференциальных алгебр, при изучении тождеств алгебр Ли, в алгебраической и дифференциальной геометрии. Они могут быть полезны специалистам, работающим в МГУ им. М. В. Ломоносова, ТГПУ им. Л. Н. Толстого, Ульяновском государственном университете и в других научных центрах России и за рубежом.

Тематика и содержание диссертации Погудина Г. А. отвечает паспорту специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел по формуле специальности и области исследования.

Диссертационная работа Погудина Глеба Александровича «Первичные дифференциальные алгебры и ассоциированные с ними алгебры Ли», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 (математическая логика, алгебра и теория чисел), соответствует требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Правительством РФ №842 от 24.09.2013 г., к кандидатским диссертациям, а автор диссертации – Глеб Александрович Погудин – заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, доцентом Балабой Ириной Николаевной.

Диссертация и отзыв обсуждены на кафедре алгебры, математического анализа и геометрии.

Отзыв утвержден на заседании кафедры алгебры, математического анализа и геометрии федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого» «12» февраля 2016 года, протокол № 8 (голосование единогласно).

Зав. кафедрой алгебры,
математического
анализа и геометрии,
доктор физико-математических наук,
профессор

Н. М. Добровольский

Профессор кафедры алгебры,
математического анализа и геометрии,
доктор физико-математических наук,
доцент



И. Н. Балаба

Ирина Николаевна Балаба
Заведующая кафедрой алгебры, математического анализа и геометрии,
Начальник отдела

Контактные данные:

ФГБОУ ВПО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого",
300026, г. Тула, пр. Ленина, дом 125
Телефон: (4872) 33-36-46
e-mail: tgpu@tula.net
web-сайт: http://www.tsput.ru