

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу Погудина Глеба Александровича «Первичные дифференциальные алгебры и ассоциированные с ними алгебры Ли», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Актуальность темы диссертации. Отправной точкой для диссертации Г.А. Погудина были исследования тождеств алгебры W_1 и, более общо, алгебр W_n . Эта тематика привлекла внимание научного сообщества, когда несколько авторов (Е.Н. Суменков, Дж. Бергман, Ю.П. Размыслов и Б.В. Лидский) независимо друг от друга обнаружили, что в алгебре Ли векторных полей на прямой выполнены нетривиальные тождества. То, что эта тематика связана с дифференциальной алгеброй, можно заметить по самым первым работам в этой области (например, по статье А.А. Кириллова, В.Ю. Овсиенко и О.Д. Удаловой), но наиболее явно и полно эта связь проявилась в моей работе, посвященной простым алгебрам Ли, удовлетворяющим стандартному тождеству степени пять, и алгебрам Ли картановского типа.

С другой стороны, дифференциальная алгебра, созданная в первой половине двадцатого века Дж. Риттом и Э. Колчиным, представляет собой достаточно мощный алгебраический аппарат, предназначенный для того, чтобы с помощью теории дифференциальных колец и идеалов изучать дифференциальные уравнения подобно тому, как коммутативная алгебра и алгебраическая геометрия изучают алгебраические уравнения.

В диссертации Г.А. Погудина не только решены некоторые нетривиальные задачи дифференциальной алгебры, но и приведены интерпретации этих результатов с точки зрения теории алгебр Ли из многообразия $\text{var } W_1$. Наиболее фундаментальными из них я считаю:

1. Изучение структуры дифференциального идеала $[x^2]$, позволившее построить пример дифференциальной первичной ниль-алгебры (теор. 3.1.1) и пример первичной энгелевой алгебры Ли из многообразия $\text{var } W_1$ над полем нулевой характеристики (теор. 3.2.1).

2. Доказательство существования единицы в простой дифференциальной алгебре над полем любой характеристики (предл. 2.3.1). Отсюда следует отсутствие простых дифференциальных ниль-алгебр.

3. Существование в дифференциальной конечно порожденной области целостности с ненулевым дифференцированием над полем нулевой характеристики, не содержащей свободных подалгебр, элемента, который порождает поле частных всей алгебры как дифференциальное поле (теор. 4.1.3).

Содержание диссертации. Работа состоит из пяти глав.

Глава 1 является вводной, в ней приведен исторический обзор, описаны основные результаты и методы исследования.

Глава 2 содержит основные определения и конструкции: базовые понятия дифференциальной алгебры, простейшие факты об алгебрах Ли, удовлетворяющих стандартному тождеству степени пять, конструкцию алгебры Ли специальных дифференцирований. Кроме того, доказано, что всякая первичная алгебра Ли, удовлетворяющая стандартному тождеству степени пять, вкладывается в алгебру Ли, ассоциированную с некоторой первичной дифференциальной алгеброй (теор. 2.4.1), и

наоборот, алгебра Ли, ассоциированная с первичной дифференциальной алгеброй, первична (предл. 2.2.4). В этой же главе доказано наличие единицы в простой дифференциальной алгебре (предл. 2.3.1).

Глава 3 посвящена изучению дифференциального идеала $[x^2]$ и ряда его естественных обобщений. Автор доказывает гипотезу Ритта о том, в какую минимальную степень нужно возвести производную x , чтобы она попала в этот идеал (теор. 3.1.2). Доказано также, что факторалгебра свободной дифференциальной алгебры ранга один по идеалу $[x^2]$, равно как и факторалгебра по некоторым другим схожим идеалам, первична. Благодаря этому построены упомянутые выше примеры первичной дифференциальной ниль-алгебры (теор. 3.1.1) и энгелевой первичной алгебры Ли из многообразия $\text{var } W_1$ (теор. 3.2.1).

Глава 4 содержит доказательство фундаментального результата: теоремы о примитивном элементе (теор. 4.1.3). Она утверждает, что у конечно порожденного расширения дифференциальных полей конечной степени трансцендентности есть примитивный элемент, если дифференцирование ненулевое. Частный случай этого факта был доказан Э. Колчиным. Используя полученный результат, Г.А. Погудин также доказывает, в частности, что в каждой простой конечно порожденной алгебре Ли, удовлетворяющей стандартному тождеству степени пять, найдется двупорожденная плотная подалгебра Ли (теор. 4.4.1).

Глава 5 состоит из нескольких результатов, связанных с алгебрами Ли \hat{W}_m , где $m > 1$. Построены два вложения конечномерных алгебр Ли в алгебры Ли дифференцирований степенных рядов от нескольких переменных, при которых коэффициенты образов лежат в поле частных квазимногочленов (теор. 5.2.1 и теор. 5.3.1). Также построен полином, восстанавливающий алгебру функций на неприводимом аффинном многообразии по гладкому двумерному инволютивному распределению (теор. 5.4.1).

Все основные результаты диссертации являются новыми и получены автором самостоятельно. При их получении автор преодолел ряд серьезных идейных и технических трудностей. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в работах автора. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа Г.А. Погудина «Первичные дифференциальные алгебры и ассоциированные с ними алгебры Ли» отвечает современным требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, в.н.с.

21.09.15г.

Размыслов

Ю.П. Размыслов

Подпись д.ф.-м.н. в.н.с. Ю.П. Размыслова удостоверяю
декан механико-математического факультета, д.ф.-м.н., профессор

